



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

“Uso del software libre Geogebra para interpretar algunos modelos matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones.”

JAVIER ALONSO RUIZ ORDÓÑEZ

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia
2018

“Uso del software libre Geogebra para interpretar algunos modelos matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones.”

JAVIER ALONSO RUIZ ORDÓÑEZ

Trabajo de grado presentado para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Director:
Mg. JAIRO DE JESÚS AGUDELO CALLE

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia
2018

Dedicado a

Este trabajo de grado lo dedico a unos seres muy especiales que han marcado mi vida, a mi novia Eimi Johana Andujar por ser la persona que amo y me motiva a seguir luchando, a mejorar como persona, gracias por ese apoyo incondicional que me brindas y por ser quien da sentido a mi vida.

A mis tíos Edwin Iván Ordóñez y Luis Rene Ordóñez, aunque su partida de este mundo fue muy temprana siempre me apoyaron y estuvieron prestos a guiarme por el buen camino.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por darme vida, esperanza, salud y la fortaleza en los momentos más complicados en los cuales sentí no poder continuar.

Agradezco a mi familia y en especial a mi sobrino Carlos Manuel Bravo Ruiz por ser ese motorcito fuente de alegría.

Agradezco a la Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales y su cuerpo docente por abrir las puertas a estudiantes de otras regiones, en especial no me alcanzan los agradecimientos para mi asesor Jairo de Jesús Agudelo por su confianza, sencillez, buen trato y apoyo incondicional para finalizar este proyecto.

Agradezco a la Institución Educativa Las Brisas, directivos, compañeros docentes y en especial a mis estudiantes que estuvieron prestos a brindarme su colaboración.

Agradezco a ese grupo de personas inigualables y extraordinarias que pasaron día a día haciendo más alegres mis visitas a Manizales, gracias a mis amigos y compañeros los x-men: Vladimir, Paola, Reinaldo, Cristina y Sandra.

El presente trabajo propone la apropiación del software libre GeoGebra en las clases de matemáticas para estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Las Brisas, mediante la elaboración e implementación de una secuencia didáctica en la cual se toman como base diferentes situaciones cotidianas con las cuales se llega a modelos lineales o cuadráticos. Inicialmente se aplicó un test de ideas previas seguido de un test CHAEA de estilos de aprendizaje para tener una idea de como aprenden los estudiantes escogidos para la prueba y así poder tener una base para diseñar algunas actividades didácticas.

Posteriormente se elaboró una secuencia didáctica con ayuda de la herramienta ExElearning y cuyo pilar son los applets realizados con GeoGebra, seguidamente a la interacción del grupo base se realizaron un post - test y un test de apreciación de Likert para averiguar los alcances de la misma.

Una vez desarrollada la propuesta, se evidencia que con la secuencia didáctica mediada con GeoGebra los estudiantes alcanzan a percibir mejor los conceptos matemáticos transitando más fácilmente entre tablas, gráficas y ecuaciones.

Palabras clave: GeoGebra, estilos de aprendizaje, ExElearning, función lineal, función cuadrática, test de Likert.

Abstract

“Use of the free software Geogebra to interpret some models mathematicians of certain daily phenomena that it facilitates to the student the suitable appropriation of the concept of linear function and quadratic and its different representations.”

The present work proposes the appropriation of free software GeoGebra in the mathematics classes for tenth grade students of Las Brisas Educational Institution, through the elaboration and implementation of a didactic sequence in which different everyday situations are taken as a base. arrives at linear or quadratic models. Initially, a test of previous ideas was applied followed by a CHAEA test of learning styles to have an idea of how the chosen students learn for the test and thus have a basis to design some didactic activities.

Later a didactic sequence was elaborated with the help of the tool ExELearning and whose pillar are the applets made with GeoGebra, after the interaction of the base group a post - test and a Likert appreciation test were performed to find out the scope of the same.

Once the proposal is developed, it is evident that with the didactic sequence mediated with GeoGebra, students can better perceive mathematical concepts by moving more easily between tables, graphs and equations..

Keywords: GeoGebra, learning styles, ExELearning, linear function, quadratic function, Likert test.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
1. Preliminares	1
1.1. Introducción	1
1.2. Descripción del problema	2
1.3. Justificación	3
1.4. Objetivos	5
1.4.1. Objetivo General	5
1.4.2. Objetivos específicos	5
2. Marco Referencial	6
2.1. Marco Contextual	6
2.2. Marco Teórico	8
2.2.1. Recorrido histórico por el concepto de función, función lineal y función cuadrática en matemáticas.	8
2.2.2. Función lineal	12
2.2.3. Función cuadrática	19
2.2.4. GeoGebra y ExElearning	27
2.2.5. Test CHAEA	29
3. Metodología	32
3.1. Enfoque Metodológico	32
3.2. Colaboradores	33
3.3. Fases para la realización del trabajo	33

3.3.1. Fase 1: Diagnóstico	33
3.3.2. Fase 2: Construcción de Applets	34
3.3.3. Fase 3: Elaboración de una secuencia didáctica.	36
3.3.4. Implementación de la secuencia didáctica	40
4. Análisis de Resultados	43
4.1. Análisis test de ideas previas	44
4.2. Análisis Post - test	58
5. Conclusiones y Recomendaciones	78
A. Anexo: Test de ideas previas	83
B. Anexo: Test CHAEA	89
C. Anexo: Post - test	91
D. Anexo: Test de apreciación	97
Bibliografía	99

Índice de figuras

2.1. Institución Educativa Las Brisas - Patía	6
2.2. Gráfica de funciones lineales	13
2.3. Gráfica de funciones lineales con diferente pendiente	14
2.4. Gráfica de funciones afines	16
2.5. Gráfica de rectas paralelas y perpendiculares	18
2.6. Gráfica de función creciente, decreciente y constante	19
2.7. Vértice de una parábola	20
2.8. Mínimo y máximo de una parábola	21
2.9. Desplazamiento vertical de una parábola	22
2.10. Desplazamiento horizontal de una parábola	23
2.11. Dilataciones en una parábola	23
2.12. Dilataciones en una parábola	23
2.13. Vista 3D en GeoGebra	28
2.14. ExElearning	29
2.15. Criterios de clasificación de los estilos de aprendizaje.	30
3.1. Metodología	33
3.2. Chaea Junior	34
3.3. GeoGebra y sus recursos.	35
3.4. Interfaz y contenido	37
3.5. Visión general y desempeños esperados	37
3.6. Desarrollo semanal	38
3.7. Conceptos función lineal y afín	38
3.8. Conceptos función cuadrática.	39
3.9. Situaciones cotidianas.	39
3.10. Actividades.	40

3.11. Test final.	40
3.12. Evidencia 1.	41
3.13. Evidencia 2.	42
3.14. Evidencia 3.	42
4.1. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 1	45
4.2. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 2	46
4.3. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 3	47
4.4. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 4	48
4.5. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 5	49
4.6. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 6	50
4.7. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 7	50
4.8. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 8	51
4.9. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 9	52
4.10. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 10	53
4.11. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 11	54
4.12. Nota final del test y promedios por pregunta	55
4.13. Porcentaje de estudiantes que aprobaron y reprobaron el test	55
4.14. Estilos de aprendizaje por estudiante.	56
4.15. Diagrama de estilos de aprendizaje en el grupo	57
4.16. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 1 del Post - test	59
4.17. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 2 del Post - test	60
4.18. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 3 del Post - test	61
4.19. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 4 del Post - test	62
4.20. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 5 del Post - test	63
4.21. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 6 del Post - test	64
4.22. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 7 del Post - test	65
4.23. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 8 del Post - test	66
4.24. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 9 del Post - test	67
4.25. Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 10 del Post - test	68
4.26. Nota final del post - test y promedios por pregunta	69
4.27. Porcentaje de estudiantes que aprobaron y reprobaron el post - test	69
4.28. Test de Likert, pregunta 1	70
4.29. Test de Likert, pregunta 2	71
4.30. Test de Likert, pregunta 3	71
4.31. Test de Likert, pregunta 4	72
4.32. Test de Likert, pregunta 5	73
4.33. Test de Likert, pregunta 6	73
4.34. Test de Likert, pregunta 7	74
4.35. Test de Likert, pregunta 8	74

4.36. Test de Likert, pregunta 9	75
4.37. Test de Likert, pregunta 10	76
4.38. Test de Likert, pregunta 11	76
4.39. Test de Likert, pregunta 12	77
4.40. Test de Likert, pregunta 13	77

Índice de tablas

4.1. Valoraciones pregunta 1.	45
4.2. Valoraciones pregunta 2.	46
4.3. Valoraciones pregunta 3.	46
4.4. Valoraciones pregunta 4.	47
4.5. Valoraciones pregunta 5.	48
4.6. Valoraciones pregunta 6.	49
4.7. Valoraciones pregunta 7.	50
4.8. Valoraciones pregunta 8.	51
4.9. Valoraciones pregunta 9.	52
4.10. Valoraciones pregunta 10.	52
4.11. Valoraciones pregunta 11.	53
4.12. Valoraciones del test de ideas previas.	54
4.13. Resultados test CHAEA por estudiante.	56
4.14. Porcentaje de estilos de aprendizaje en el grupo.	57
4.15. Valoraciones pregunta 1 Post - test.	59
4.16. Valoraciones pregunta 2 Post - test.	60
4.17. Valoraciones pregunta 3 Post - test.	61
4.18. Valoraciones pregunta 4 Post - test.	62
4.19. Valoraciones pregunta 5 Post - test.	63
4.20. Valoraciones pregunta 6 Post - test.	64
4.21. Valoraciones pregunta 7 Post - test.	64
4.22. Valoraciones pregunta 8 Post - test.	65
4.23. Valoraciones pregunta 9 Post - test.	66
4.24. Valoraciones pregunta 10 Post - test.	67
4.25. Valoraciones Post - test.	68

1.1. Introducción

En todo proceso tanto de enseñanza como de aprendizaje, que involucre la apropiación de conceptos matemáticos, es común encontrar falencias o vacíos que provienen de diferentes factores y que posteriormente desencadenan en bajo rendimiento académico al interior del aula, según (Pulido et al., 2016)

“El análisis del rendimiento académico es complejo debido al gran número de factores influyentes, identificados en diversos estudios como: variables internas (psicológicas, pedagógicas y fisiológicas) y variables externas (condicionantes, socioeconómicas, nivel educativo de los padres y de la institución educativa y el aula”

Además, se puede mencionar la falta de interés y de motivación del y hacia el estudiante, falta de recursos tecnológicos y textos actualizados que sean acordes a las necesidades de los individuos en cuestión; todo esto en las necesidades que del contexto.

Teniendo en cuenta que en el transcurso de un proceso educativo se debe ir a la par con los últimos avances ya sean de tipo educativo o tecnológico y en el que se adecue el conocimiento a las carencias, se ponen en consideración aspectos de tipo cognitivo tal que la manera de adquirir

conocimiento por parte del estudiante sea de forma activa y en cierto modo constructivista, es decir, que a partir de los conocimientos que se tienen se construyan nuevos saberes mediante experimentación, a su propio ritmo y con los recursos que pueda encontrar en su entorno..

Si a lo anterior se agrega el modelamiento de fenómenos cotidianos, como en el caso particular de las matemáticas en el uso de funciones, la apropiación de conceptos básicos como los de las funciones lineal y cuadrática serán más pertinentes y acordes a su realidad.

Partiendo de las premisas anteriores, el siguiente trabajo busca ofrecer una opción metodológica de enseñanza que se fundamente en la apropiación adecuada del concepto de función lineal y función cuadrática en los grados noveno y décimo de la Institución Educativa Las Brisas del municipio de Patía en el Departamento del Cauca y la cual gravitará en el inicio de un estudio mínimo del como aprenden los estudiantes mediante la aplicación del test de Honey ? Alonso, posteriormente se buscaron actividades de tipo matemático, basadas en los resultados de un test de entrada realizado, acorde a las necesidades de los jóvenes. Estas actividades fueron interactivas y se realizaron con el software libre GeoGebra.

1.2. Descripción del problema

Después de analizar los desempeños obtenidos por los estudiantes de la institución educativa Las Brisas en comparación con otros colegios de la región, ya sea en pruebas internas como externas, se evidencian falencias en la interpretación de problemas y dificultades para realizar gráficas y asociarlas a una ecuación.

Estos conflictos son evidenciados en la mayoría de grados y en un porcentaje muy alto, convirtiendo a largo plazo a la matemática en el dolor de cabeza de los jóvenes y en un enigma constante para los docentes del área sobre las fallas o que metodología emplear para mejorar los resultados. Es en esta instancia que se logran identificar temáticas como las funciones lineales y cuadráticas que generan inconvenientes y los cuales necesitan de una buena cimentación en grados inferiores,

ya sea en grado sexto o séptimo con números enteros y proporcionalidad (inversa o directa), en grado octavo con monomios de grado 1 y polinomios de grado 2, en grado noveno con la introducción a modelos matemáticos (cinemática y solución de sistemas de ecuaciones).

Por otro lado, reuniendo opiniones de los estudiantes dejan notar que una metodología tradicional dificulta los procesos de enseñanza - aprendizaje, la presentación de los contenidos no generan interés ni motivación a la adquisición de nuevos conocimientos y el sistema de evaluación se limita a resolver problemas comunes repetitivos.

Así pues, se hace notoria la necesidad de implementar una herramienta de enseñanza - aprendizaje diferente en la cual el estudiante sea quien construya conocimiento a su propio ritmo, mediado por la observación, práctica y experimentación a partir de situaciones que encuentre fácilmente en su diario vivir sin necesidad de recurrir a la memorización de extensas teorías con un sistema de evaluación mas participativo en el cual los tópicos sean mejor asimilados y se logre un aprendizaje significativo.

1.3. Justificación

Como bien es sabido, en un mundo cambiante como el actual y que propone grandes retos en los diferentes ámbitos que erigen una sociedad, creo que es conveniente profundizar y buscar estrategias que brinden a los estudiantes mejores opciones, pero principalmente que obtengan aprendizajes significativos al interior del aula, de tal manera que los conocimientos adquiridos sean implementados en su realidad o contexto y además acordes con sus necesidades.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje surgen diferentes ideas que buscan el mejoramiento y apropiación del conocimiento, en este sentido se reconocen diferentes teorías entre las cuales resaltamos “los estilos de aprendizaje” y “los estilos de enseñanza”. Para los fines de este trabajo nos centraremos en los primeros tratando de indagar sobre como aprenden los estudiantes, cual es el comportamiento de cada individuo con respecto a determinada situación y que actividades le resultan más acordes para enfrentar algún tipo de problema.

Sin ir tan lejos, es sabido que una de las temáticas que presenta mayor complejidad en el área de las matemáticas en los grados superiores de educación básica y media son las funciones, dicho concepto es difícil de asimilar ya sea en el momento en que se enfrentan a realizar operaciones aritméticas o en el caso de interpretación de problemas, es por tal motivo que vemos la necesidad de abordar de manera clara y efectiva el concepto de función, principalmente en los casos particulares de la función lineal y función cuadrática, para ello proponemos incorporar el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones TIC mediante la implementación del software libre GeoGebra ejecutando diferentes actividades de tal manera que se facilite el entendimiento y visualización de dicho concepto, el cual a su vez permitirá al estudiante desarrollar el proceso de la modelación a partir de la observación de fenómenos cotidianos.

En la actualidad, nos vemos enfrentamos a grandes avances tecnológicos y como docentes debemos ir a la par en ellos para brindar conocimientos en matemáticas de forma clara, ágil y que sea atractiva para los estudiantes, con la ayuda del software GeoGebra se busca superar los contenidos curriculares clásicos mediante la implementación de actividades en las cuales el estudiante obtenga datos e identifique variables que correlacionan algunas situaciones cotidianas que posteriormente y con la ayuda del software pueda modelar matemáticamente.

Finalmente con la implementación de las actividades en una plataforma virtual de enseñanza-aprendizaje y la elaboración de una secuencia didáctica se buscará potenciar en los estudiantes habilidades matemáticas relacionadas con el uso de recursos tecnológicos aplicados al análisis e interpretación de fenómenos.

1.4. Objetivos

En este apartado se presentaran el objetivo general y los objetivos específicos que delimitan y fundamentan el desarrollo del presente trabajo de grado.

1.4.1. Objetivo General

Facilitar al estudiante la adecuada apropiación del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones por medio de la interpretación de los modelos matemáticos obtenidos de ciertos fenómenos de la cotidianidad, con la ayuda del software GeoGebra.

1.4.2. Objetivos específicos

- a) Incorporar adecuadamente el software GeoGebra a la enseñanza de las funciones lineales y cuadráticas con el fin de mejorar los contenidos curriculares clásicos.
- b) Proponer actividades con los estudiantes para obtener datos e identificar las variables de situaciones cotidianas que sirvan para obtener algunos modelos matemáticos con ayuda del software GeoGebra.
- c) Elaborar una secuencia didáctica a partir de la cual los estudiantes identifiquen, interpreten y realicen las distintas representaciones de las funciones lineales y cuadráticas de algunas situaciones cotidianas.

CAPÍTULO 2

Marco Referencial

2.1. Marco Contextual



Figura 2.1: Institución Educativa Las Brisas - Patía

La Institución Educativa Las Brisas de tipo oficial - rural, se encuentra ubicada geográficamen-

te al noroccidente del municipio de Patía en la zona de cordillera del departamento del Cauca, aproximadamente a 2 horas de la cabecera municipal El Bordo y a 4 horas de la capital Caucana (Popayán), el establecimiento se encuentra constituido por 8 sedes, en las cuales el nivel educativo solo comprende hasta la básica primaria. En la sede principal el nivel educativo comprende preescolar, básica primaria, básica secundaria y media.

El modelo educativo que se imparte en la institución es de tipo tradicional, aunque por la poca cantidad de estudiantes con que se cuenta se ha ido implementando el modelo de escuela nueva en el nivel de primaria. Actualmente el monto de estudiantes no supera los 300 siendo la sede principal quien mayor número de estudiantes acoge con un total de 157, de los cuales 93 son de secundaria.

Demográficamente la población se encuentra ubicada en los estratos bajos 1 y 2 de sisben, la mayor parte de habitantes obtiene sus ingresos económicos a partir de los cultivos ilícitos principalmente de la siembra de coca, la minoría se dedica a los cultivos de café y pan coger tales como hortalizas, plátano, yuca, maíz etc.

El analfabetismo se presenta en tasas muy altas debido a diversas causas, entre las cuales podemos mencionar el difícil acceso a la región ya que se cuenta con una vía terciaria en muy mal estado, de la cual a su vez se desprenden caminos vecinales únicamente transitables en meses de verano implicando esto deserción escolar, otros factores influyentes son las pocas oportunidades laborales, abandono por parte de las entidades del estado y demás entes gubernamentales entre ellos dependencias de salud y educación, la conectividad a internet y telefonía es casi nula, el fluido eléctrico es deficiente, presentándose apagones constantemente.

Con respecto al nivel educativo se puede mencionar que las expectativas de la mayoría de los educandos son mínimas, se plantean situaciones por parte de los estudiantes hombres del tipo:

“Lo que usted se gana como docente en un mes, me lo puedo ganar en una semana”

Y en el caso de las mujeres, frases como:

“A futuro quiero ser mamá y que mi marido me mantenga”

El pensamiento radica en dedicarse a cuestiones netamente agrarias debido a la peculiaridad del contexto, haciéndose visible que el estudio lo toman como una obligación por parte de los padres más no como un medio que busque la superación personal, aparte de esta situación debe mencionarse que desde varios años atrás la educación impartida dentro de la institución en las diferentes asignaturas se ha ofertado por parte de profesionales cuyo perfil no es acorde al área del conocimiento que orientan; situación que genera falencias de tipo cognitivo.

2.2. Marco Teórico

En esta sección se presentan los fundamentos teóricos que serán indispensables para el desarrollo del presente trabajo.

2.2.1. Recorrido histórico por el concepto de función, función lineal y función cuadrática en matemáticas.

Dado el extenso campo que aglomera la matemática, abordamos una parte de ella, en particular lo concerniente al estudio de las funciones, concepto de gran complejidad difícil de enseñar, y al mismo tiempo de aprender, ya que presenta un sinnúmero de variantes y aplicaciones en diferentes áreas del conocimiento, además de ser un requisito indispensable; ya que centraremos nuestra atención en dos casos concretos como lo son la función lineal y la función cuadrática.

Entrando en detalle, para estudiar el concepto de función históricamente debemos remontarnos a los Babilonios (2000 A.C - 500 A.C) quienes plasmaron en tablas información sobre cálculos de cuadrados y cubos de algunos números, generalmente en busca de patrones relacionados con fenómenos que observaban en la naturaleza, en este sentido se puede decir que la función no tenía el valor adecuado ya que para esa época, lo importante era el estudio de objetos que fuesen tangibles o susceptibles a ser medidos.

De los Griegos se puede comentar que no se presentó un desarrollo del concepto de función, ya

que sus estudios se centraron principalmente al estudio de cantidades que pudiesen ser representadas geométricamente y temas tales como el movimiento y la continuidad, propiedades de las proporciones, inconmensurabilidad entre otros, algunos representantes de ello fueron Hiparco (190 a.C. - 120 a.C.), Pappus (350 a.C. - 290 a.C.), Apolonio (242 a.C. - 190 a.C.), Arquímedes (287 a.C. - 212 a.C.), Mecnemo (375 a.C. - 325 a.C.), Zenón (490 a.C. - 430 a.C.), y Heráclito (535 a.C. - 484 a.C.).

Posteriormente, durante la edad media, las concepciones matemáticas del momento se centran principalmente en el concepto de variabilidad como algo exclusivo de las magnitudes físicas, voceros de ello son Robert Grosseteste (1175 - 1253) presenta estudios centrados en temas tales como cantidad variable, velocidad, y aceleración, todos ellos ligados al concepto de función. Roger Bacon (1214 - 1294) estudio el movimiento a partir de la doctrina de Aristóteles. Nicolás Oresme (1323 - 1382) es quien por primera vez dibuja una función, pensaba que todo lo que varía se puede imaginar como una cantidad continua representada sobre un segmento rectilíneo.

Continuando con este orden de ideas arribamos a los siglos XV y XVI época en la cual son grandes los avances en matemáticas puesto que se origina la notación algebraica, se ahonda en áreas como la trigonometría, la astronomía, las progresiones aritméticas y geométricas, estudio de logaritmos, se elaboraron símbolos para las operaciones matemáticas. Algunos representantes de ello fueron Nicolás Chuquet (1455 - 1488), Stieffel (1487 - 1567), Viete (1540 - 1603), Neper (1550 - 1617), y Galileo Galilei (1564 - 1642) quien introdujo lo numérico en las representaciones gráficas, expresó las leyes del movimiento, incluyó en ellas el lenguaje de proporciones; con estos trabajos evidencia el uso de funciones y variables.

Para el siglo XVII se extiende el concepto de número, los cálculos matemáticos son más frecuentes, se inicia la geometría analítica basada en el método de coordenadas, estudio de la mecánica, principalmente el movimiento rectilíneo y las fuerzas que lo producen, se origina el análisis infinitesimal como pináculo del cálculo diferencial e integral. Grandes son los aportes de Descartes (1596 - 1650), quien expuso el concepto de función en forma analítica al momento de representar una curva por medio de una expresión algebraica. James Gregory (1638 - 1675), es el encargado

de dar la primera definición en forma explícita de función:

“Una cantidad que se obtiene de otras cantidades mediante una sucesión de operaciones algebraicas o mediante cualquier operación imaginable” (Vargas Núñez et al., 2011);

De los precursores del cálculo tenemos aportes como los de Newton (1642 - 1727) cuya idea de diferencial, bautizada con la palabra “momento”, el cual es producido por una cantidad variable que llamo “genita” y que es considerada como variable e indeterminada, daba una aproximación al concepto de función.

Al mismo tiempo, Leibniz (1646 - 1716) describe una función como una cantidad formada a partir de cantidades indeterminadas y constantes, cree que el cálculo de variaciones es la teoría matemática que está más articulada al concepto de función.

Para el período del siglo XVIII se mira a las funciones como expresiones analíticas, se ofrecen concepciones más abstractas del concepto de función y al mismo tiempo se estudiaron algunas de sus propiedades. Resaltan notables hombres de ciencia que proporcionaron diferentes definiciones tales como Jean Bernoulli (1667 - 1748), Taylor (1685 - 1731), D' Alembert (1717 - 1783) quien comparte con Euler (1707 - 1783) que:

“Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de una manera arbitraria de aquella cantidad variable y de números, o sea de cantidades constantes” (Higuera, 1998)

Continuando con los momentos cronológicos abordamos el siglo XIX, para este momento las funciones son consideradas como una correspondencia, sus propiedades son estudiadas con mayor solidez, apartándose de la visión geométrica, para esta etapa aparecen grandes aportes al concepto de función entre las que destacamos la de Fourier (1772 - 1837) quien afirmaba que

“Una función $f(x)$ representa una sucesión de valores u ordenadas, cada una de las cuales es arbitraria”, y Dirichlet (1805 - 1859) aportó la siguiente definición: “ y es una función de la variable x , definida en el intervalo $a < x < b$ si para todo valor de la variable x en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable y . Además es irrelevante como se establece esa correspondencia” (Vargas Núñez et al., 2011)

A partir de esta definición se hace notorio el desprendimiento de lo analítico, de lo gráfico o de la curva que represente a la función.

Finalmente, abordamos el siglo XX, momento en el que se formaliza el concepto de función, en este momento se habla de una correspondencia unívoca, las definiciones se dan en términos de la teoría de conjuntos. Los principales indicios son enunciados por Cantor (1845 - 1918), para él, una función es: “toda correspondencia arbitraria que satisfaga la condición de unicidad entre conjuntos numéricos y no numéricos”; Goursat (1858 - 1936) dio la definición más conocida “Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un valor de y , esta correspondencia se indica mediante la expresión $y = f(x)$ ” (Vargas Núñez et al., 2011).

Teniendo en cuenta la definición presentada por Dirichlet, el grupo de jóvenes matemáticos que en su momento se denominaron Bourbaki, para el año 1939, definieron función de la siguiente manera:

“Sean E y F dos conjuntos, que pueden o no ser distintos. Una relación entre un elemento variable x de E y un elemento variable y de F , se llama relación funcional en y , si para todo x en E , existe un único y en F el cual está en la relación dada con x . Damos el nombre de función a la operación que, de esta forma, asocia cada elemento x en E con el elemento y en F que está en relación con x , se dice que y es el valor de la función en el elemento x , y se dice que la función está definida por la relación dada. Dos relaciones funcionales equivalentes determinan la misma función.” (Sastre Vázquez et al., 2008)

Con relación a las consideraciones epistemológicas del tipo funcional podemos decir que el concepto de función en matemáticas se ha desarrollado gracias a distintas necesidades de la humanidad, principalmente el entender el mundo que nos rodea, esta idea siempre se ha visto ligada a otras ideas como lo es la de cantidad y yendo un poco más allá, al concepto de número.

El concepto de función se encuentra adherido en todas las ramas de la matemática, inclusive en otras áreas de estudio que buscan el modelamiento de situaciones o fenómenos naturales que hacen presencia en el diario vivir, es gracias a ello que desde muchos siglos atrás esta idea apareció, como se puede observar en las tablas de los Babilonios usadas para contar, la trigonometría, las

leyes de la física modeladas mediante ecuaciones por Galileo y Newton, estudios de poblaciones como aplicaciones estadísticas entre muchas otras.

La función lineal y cuadrática en la actualidad.

Centrándonos en la actualidad se hace uso de los conceptos y definiciones acordes a las necesidades básicas del presente trabajo, para ello nos basamos en las nociones dadas en el libro Fórmula de álgebra y geometría para el grado noveno de secundaria y en (Larson and Falvo, 2011), principalmente porque su presentación es de fácil entendimiento para el estudiantado.

2.2.2. Función lineal

Una definición muy acertada de función lineal la encontramos en Quincena y la cual se enuncia textualmente de la siguiente manera;

Definición 2.2.1. Se llama función lineal o función de proporcionalidad directa a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x, y) . Su ecuación tiene la forma:

$$y = mx \quad \text{ó} \quad f(x) = mx$$

El factor m de la expresión anterior es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de pendiente de la función e indica la inclinación de la recta que la representa gráficamente.

Nota 2.2.1. Se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales si al realizar el cociente entre ellas siempre da como resultado una constante.

Gráfica de la función lineal

Gráficamente, una función lineal se representara mediante una linea recta, ahora bien, si en la definición 2.3.1 consideramos $x = 0$, se obtiene $y = 0$, es decir que el punto $(0, 0)$ es común en

todas las funciones lineal o en otras palabras, todas las funciones lineales o de proporcionalidad directa pasan por el origen de coordenadas. Para representar gráficamente una función lineal cuyo valor de m es constante y conocido, basta con darle un valor a x y encontrar el respectivo valor de y . Finalmente el punto (x, y) encontrado lo uniremos al origen.

Ejemplo 2.2.1. La representación gráfica de las funciones lineales $f(x) = x$, $g(x) = -x$, $h(x) = \frac{1}{3}x$, $p(x) = -6x$, $q(x) = 3x$, $r(x) = \frac{9}{7}x$ es la siguiente

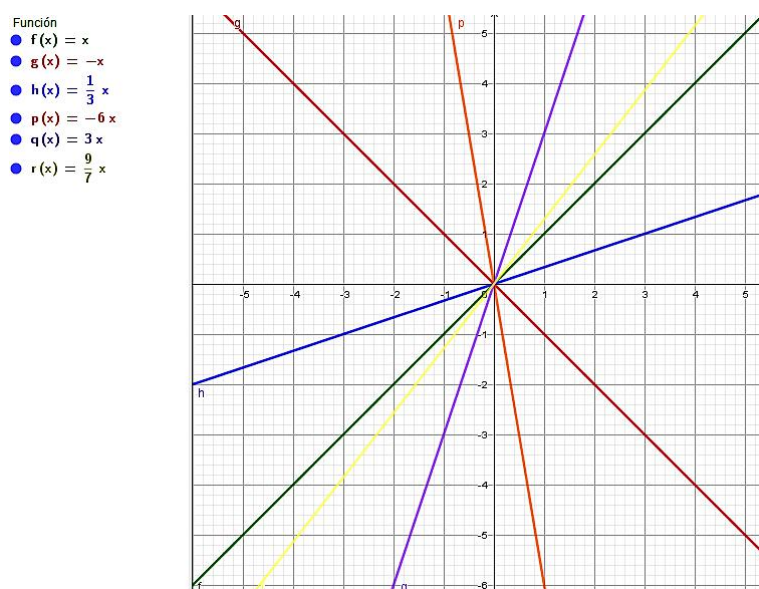


Figura 2.2: Gráfica de funciones lineales

Por otro lado, si en la definición 2.3.1 a x le asignamos el valor de 1, entonces se obtiene que $y = m$, en este caso diremos que m es el cambio que realiza y por cada unidad de x y que usualmente se conoce como pendiente de la recta y se representa con m . Si el valor de m es positivo indicara el numero de unidades que sube y por cada unidad de x , en caso de que el valor de m sea negativo representara la cantidad de unidades que baja y por cada unidad de x . En el siguiente apartado se mostrará formalmente la definición de la pendiente de una recta. A continuación se presentan a manera de ejemplo algunos gráficos en los cuales se muestra el

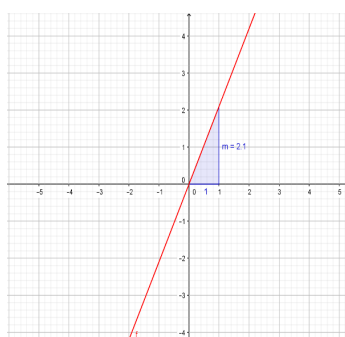
cambio de pendiente para 4 valores particulares de m

$$y = 2,1x$$

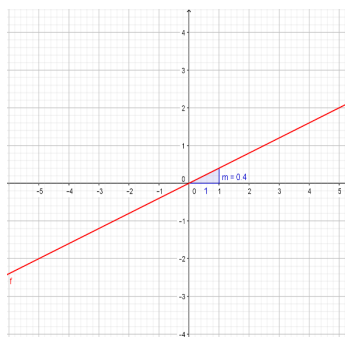
$$y = 0,4x$$

$$y = -1,15x$$

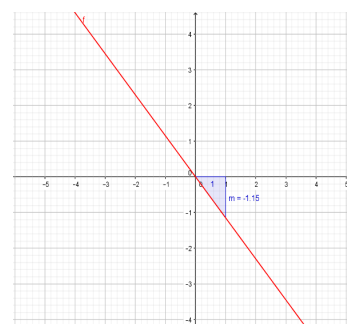
$$y = -3,1x$$



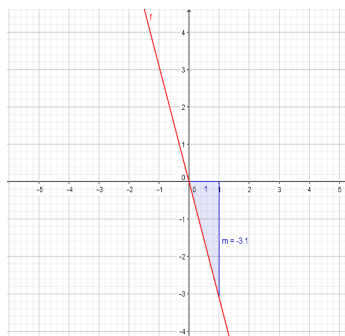
(a) $y = 2,1x$



(b) $y = 0,4x$



(c) $y = -1,15x$



(d) $y = -3,1x$

Figura 2.3: Gráfica de funciones lineales con diferente pendiente

Función afín

Si tenemos dos cantidades que se encuentran en proporcionalidad directa y le asignamos a dicha función alguna condición inicial, el resultado que se obtiene es una función afín la cual ya no será directamente proporcional.

Definición 2.2.2. (Función afín)

Se dirá que una función es afín si tiene la forma $y = mx + b$, donde los valores que toman las constantes m y b son números reales (\mathbb{R}), se representa gráficamente mediante una línea recta, m es la pendiente y el valor de b se conoce como el intercepto de la recta con el eje de las ordenadas.

Definición 2.2.3. En forma general, se define la pendiente de una recta como la razón entre el cambio vertical y el cambio horizontal para dos puntos cualesquiera que pertenezcan a la recta. Es decir, dados dos puntos cualesquiera $P = (x_1, y_1)$ y $Q = (x_2, y_2)$ de la recta, la pendiente m será

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(Cociente o razón entre el cambio vertical y el cambio horizontal)

Gráfica de la función afín

De los conceptos básicos de la geometría sabemos que una línea recta se determina conociendo por lo menos dos puntos, para el caso de la función afín resulta sencillo identificar dos puntos por los cuales pasa la línea que la representa, si a x le damos el valor de cero en la ecuación $y = mx + b$, se obtiene que $y = b$ y así uno de los puntos tendrá las coordenadas $(0, b)$, para determinar el otro punto asignamos a y el valor de cero nuevamente en la ecuación de donde obtenemos el punto $(-\frac{b}{m}, 0)$ y finalmente uniendo mediante una línea recta los dos puntos mencionados anteriormente se obtiene la gráfica de la función afín.

Nota 2.2.2. Cabe resaltar que la gráfica de la función afín resulta de trasladar b unidades sobre el eje y la función lineal y que además la función lineal es el caso particular cuando $b = 0$.

Algunos ejemplos de gráficas de la función afín son los siguientes

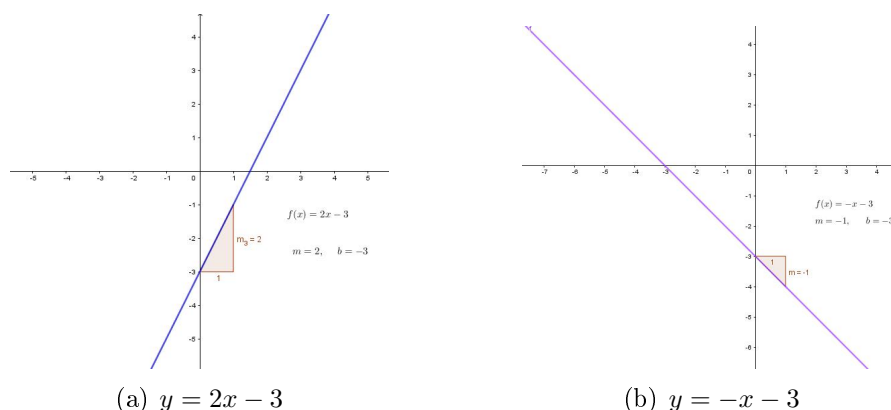


Figura 2.4: Gráfica de funciones afines

Ecuación de la recta

Como se observó en la sección anterior una función lineal tiene la forma $y = mx$ y en el caso general es $y = mx + b$, donde $m, b \in \mathbb{R}$, esta ecuación es conocida también como **pendiente-intersección**, aparte de esta forma la función lineal o afín se puede encontrar dispuesta de otras maneras, tal es el caso de la ecuación general de la recta, cuya expresión es $px + qy = s$, con $p, q, s \in \mathbb{R}$.

Tomemos $px + qy = s$ y despejemos y :

$$px + qy = s$$

$$qy = s - px$$

$$y = \frac{s - px}{q}$$

$$y = \frac{s}{q} - \frac{px}{q}$$

Si hacemos $m = -\frac{p}{q}$ y $b = \frac{s}{q}$ nos queda:

$$y = b + mx$$

nuevamente en la forma pendiente - intersección.

Otra manera de deducir la ecuación de la recta es mediante el método conocido como **punto-pendiente**, en este caso basta con conocer los valores de la pendiente y un punto que pertenezca

a la recta, para ello supongamos que m es la pendiente y que (x_1, y_1) es un punto conocido de la recta, por la definición de pendiente sabemos que

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Despejando tenemos;

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$m(x - x_1) + y_1 = y$$

$$y = mx - mx_1 + y_1$$

si hacemos $b = -mx_1 + y_1$, nuevamente nos encontramos en el caso de la ecuación ya mencionada $y = mx + b$

Ejemplo 2.2.2. Encontrar la ecuación de la recta que tiene pendiente $m = 5$ y pasa por el punto $(3, 4)$.

En este caso, reemplazando en la ecuación de la pendiente tenemos

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$5 = \frac{y - 4}{x - 3}$$

$$5(x - 3) = y - 4$$

$$y = 5x - 15 + 4$$

Así,

$$y = 5x - 11$$

Dentro del conjunto de las rectas podemos identificar dos grupos especiales como lo son las **rectas paralelas** y las **rectas perpendiculares**, diremos que dos rectas l_1 y l_2 son paralelas si

por más que se prolonguen nunca se intersecan, es decir no hay puntos de corte. Analíticamente dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales, es decir $m_1 = m_2$

Ejemplo 2.2.3. Las rectas $\frac{3}{4}x - 5$ y $\frac{3}{4}x + 3$ son paralelas ya que sus pendientes son iguales.

Se dice que dos rectas l_1 y l_2 son perpendiculares si se intersecan pero además lo hacen formando ángulos rectos o de 90° . Analíticamente dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1 , es decir $m_1 \times m_2 = -1$.

Ejemplo 2.2.4. Las rectas $-6x + 1$ y $\frac{1}{6}x - 2$ son perpendiculares ya que $-6 \times \frac{1}{6} = -1$.

Gráficamente se observan de la siguiente manera

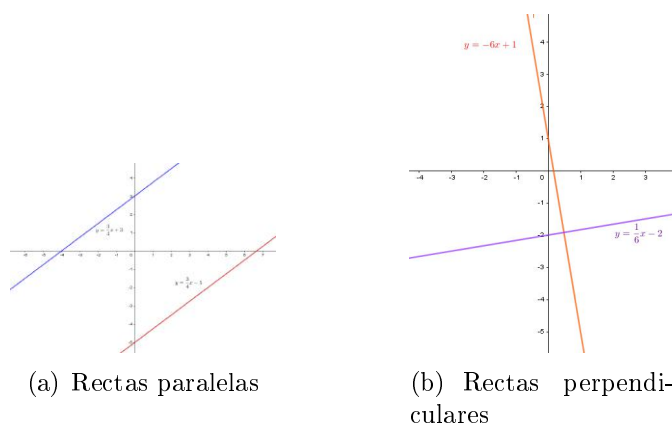


Figura 2.5: Gráfica de rectas paralelas y perpendiculares

Funciones lineales crecientes, decrecientes y constantes

Se dice que una función lineal es **creciente** si el valor de su pendiente es positivo, y será **decreciente** en el caso contrario (pendiente negativa). Será una función lineal **constante** si el valor de la pendiente es cero.

Ejemplo 2.2.5. Las funciones $y = 2x - 3$, $y = -x - 3$, y $y = 4$ son creciente, decreciente y constante respectivamente

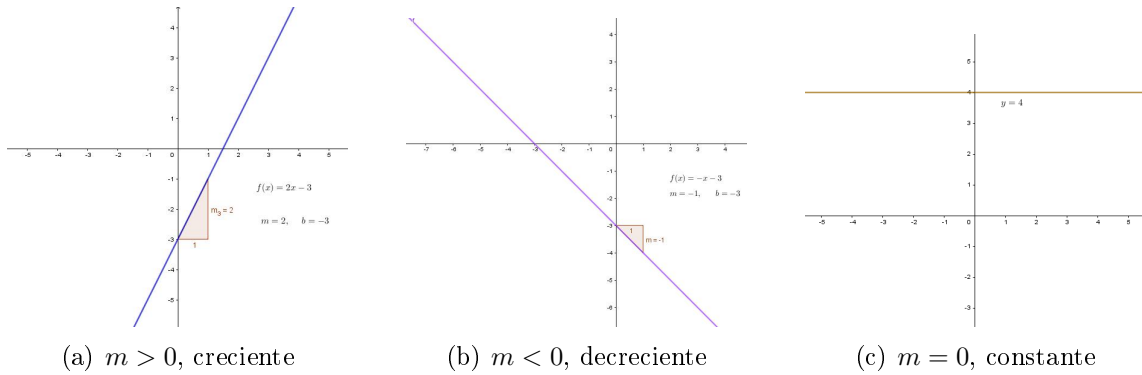


Figura 2.6: Gráfica de función creciente, decreciente y constante

2.2.3. Función cuadrática

Para el desarrollo de la parte teórica concerniente a la función cuadrática nos fundamentaremos de las concepciones dadas en el libro *Fórmula para grado noveno de secundaria, matemáticas para arquitectos* de (Ugarte and Yucra, 2011) y la tesis de maestría de (Huapaya Gómez, 2012).

Definición 2.2.4. Una función polinomial es una función que está definida por una expresión con polinomios y tiene la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

donde $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ y el exponente n es positivo.

Definición 2.2.5. Se define la función cuadrática como aquella función polinomial cuyo grado es 2, es decir, es una función que tiene la forma:

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \quad \text{con } a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R} \text{ y } a_2 \neq 0$$

Nota 2.2.3. El dominio de las funciones cuadráticas es el conjunto de los números reales (\mathbb{R}), dentro de estas funciones se identifican los términos cuadrático ($a_2 x^2$), término lineal ($a_1 x$) y término independiente (a_0).

La expresión que se usa generalmente para representar funciones cuadráticas o también llamadas **parábolas** es la siguiente:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde nuevamente a, b, c recorren el conjunto de los números reales y $a \neq 0$.

Forma normal de la función cuadrática

La **forma normal** de una función cuadrática tiene la siguiente presentación

$$f(x) = a(x - h)^2 + k,$$

esta caracterización particular proviene del caso general $f(x) = ax^2 + bx + c$ después de una completación de cuadrados de la siguiente manera:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (2.1)$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \quad (2.2)$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \quad (2.3)$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c \quad (2.4)$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c \quad (2.5)$$

Si hacemos $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = -a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$, obtenemos la forma normal de la función cuadrática.

La coordenada (h, k) conforma lo que se conoce como **vértice** de la parábola, el valor de a nos indicara hacia donde abre, si $a > 0$ abre hacia arriba, si $a < 0$ abre hacia abajo.

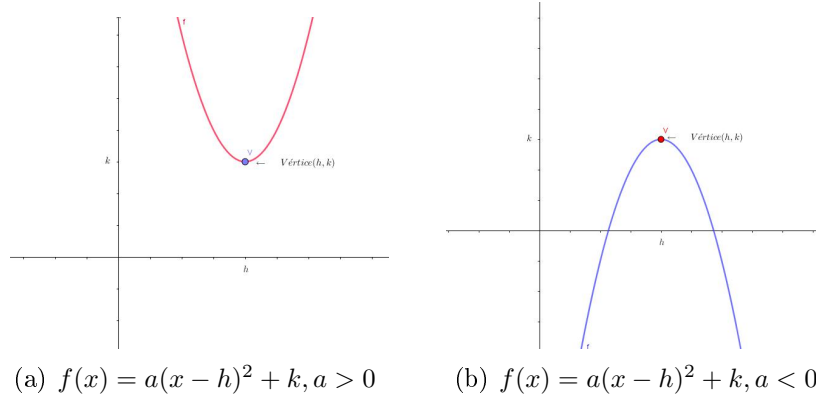


Figura 2.7: Vértice de una parábola

Valor máximo y mínimo de una función cuadrática

Dada una función cuadrática en su forma normal $f(x) = a(x - h)^2 + k$, y supongamos además que su vértice es $V = (h, k)$, diremos que la función tiene un **máximo** en el vértice si dicha función abre hacia abajo y habrá un **mínimo** si la función abre hacia arriba.

De manera explícita una función $f(x) = a(x - h)^2 + k$ tiene su valor máximo o mínimo cuando f toma el valor de $x = h$, esto es:

- Si $a > 0$, se tendrá un **mínimo** en $f(h) = k$
- Si $a < 0$, se tendrá un **máximo** en $f(h) = k$

Análogamente, si la función cuadrática está dada en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, dicha función tomará su valor máximo o mínimo cuando f tome el valor de $x = -\frac{b}{2a}$, es decir:

- Si $a > 0$, se tendrá un **mínimo** en $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$
- Si $a < 0$, se tendrá un **máximo** en $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

Gráficamente se tiene; Si se aplican diferentes operaciones con escalares a una función cuadrática

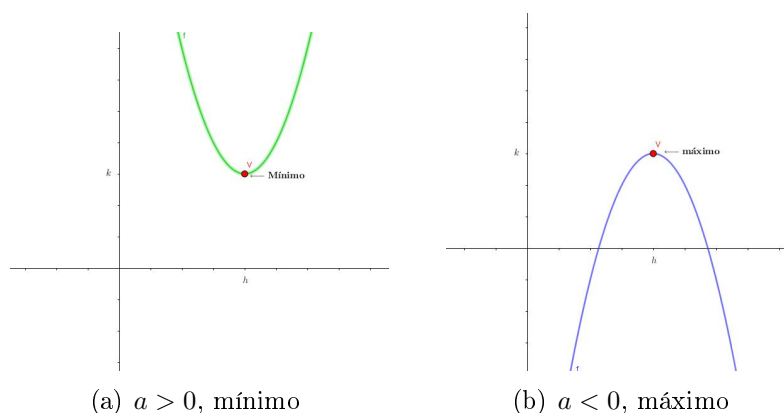


Figura 2.8: Mínimo y máximo de una parábola

ya sean sumas o productos pueden ocurrir diferentes situaciones, entre ellas podemos mencionar:

1. Desplazamiento vertical:

Si sumamos una constante a una función cuadrática, su gráfica se desplazara de manera vertical sobre el eje y . Si la constante que se suma a la función es positiva el movimiento será hacia arriba, y si la constante es negativa el desplazamiento de la gráfica será hacia abajo.

Por ejemplo, consideremos la función $f(x) = x^2$, si le sumamos una constante c , obtendremos $f(x) = x^2 + c$, si damos a c el valor de $3 > 0$ nos queda que $f(x) = x^2 + 3$ cuya gráfica es una parábola desplazada hacia arriba 3 unidades de la gráfica de x^2 . Caso contrario, si otorgamos a c un valor de $-2 < 0$ tendríamos $f(x) = x^2 - 2$ que es una parábola desplazada 2 unidades hacia abajo de la gráfica de x^2 .

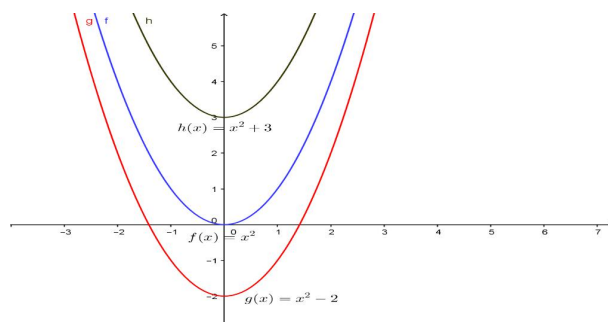


Figura 2.9: Desplazamiento vertical de una parábola

2. Desplazamiento Horizontal:

Hay desplazamiento horizontal cuando se suma una constante c a la pre imagen x de la función cuadrática, si sumamos una constante $c > 0$ se tendrá un desplazamiento horizontal hacia la izquierda, en caso de tener $c < 0$ será un desplazamiento horizontal hacia la derecha. Por ejemplo, si consideramos nuevamente la función cuadrática $f(x) = x^2$ y sumamos a su pre imagen $c = -1$ y $c = 2$, obtenemos las funciones $g(x) = (x - 1)^2$ y $h(x) = (x + 2)^2$ respectivamente. Gráficamente se observa:

3. Contracción y dilatación de la parábola de forma horizontal y vertical:

Si multiplicamos la función cuadrática por una constante $c > 0$, se puede obtener una

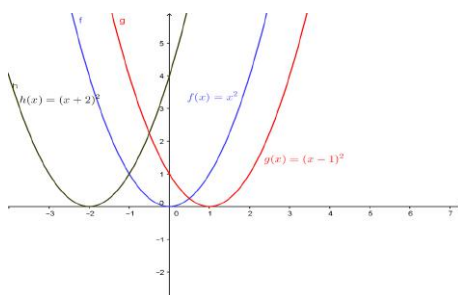


Figura 2.10: Desplazamiento horizontal de una parábola

contracción o una dilatación en la gráfica de la parábola. Para ello analicemos el caso particular de la función $f(x) = x^2$, si multiplicamos por la constante c , donde $0 < c < 1$ se tiene que $f(x) = cx^2$ y cuya gráfica estará sujeta al valor de la constante, en este caso para algunos valores de c , en este caso lo que tendremos serán dilataciones a medida que los valores de c se acercan a 0. Ahora, si el valor de la constante c es mayor que 1, nuevamente

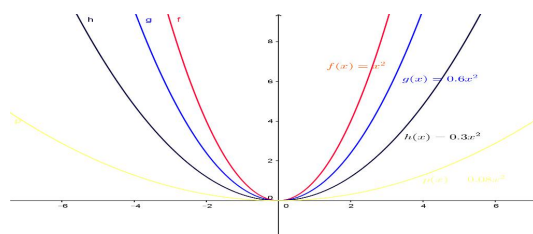


Figura 2.11: Dilataciones en una parábola

obtenemos la función $f(x) = cx^2$, pero en este caso a medida que aumenta el valor de la constante las nuevas gráficas que aparecen son contracciones de la función inicial.

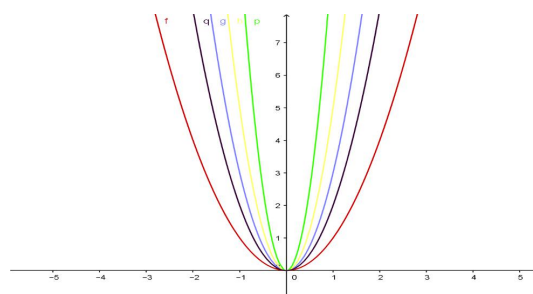


Figura 2.12: Dilataciones en una parábola

Gráfica de la función cuadrática

Supongamos que se desea realizar la gráfica de la función cuadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$ los pasos que conviene seguir son los siguientes:

1. Determinar cómo se abre la parábola, para ello se debe tener en cuenta el valor del coeficiente a , es decir si es positivo o negativo.
2. Encontrar el vértice (h, k) de la parábola, teniendo en cuenta que los valores de h y k los podemos encontrar reemplazando en:
$$h = -\frac{b}{2a}$$
 Y posteriormente encontramos el valor de k evaluando h en $f(x)$.
3. Hacemos $f(x) = 0$, se resuelve y hallamos los interceptos con el eje x .
4. Se ubican el vértice y los interceptos encontrados en el apartado anterior sobre el plano cartesiano.
5. Unir los puntos encontrados mediante el trazado de una línea curva.

Raíces de la función cuadrática

Una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ puede o no, tener soluciones en el conjunto de los números reales, una forma de encontrar las raíces de dicha función en caso de su existencia es seguir el proceso de factorización y en el evento de que sea difícil por dicho método procederemos a aplicar la conocida fórmula cuadrática, para ello se esboza el modo de hallar dichas raíces.

Si partimos de la ecuación cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, e igualando a cero y usando la ecuación (2.6), resultado de la completación de cuadrados, se tiene que:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c = 0$$

Dividiendo la expresión anterior por a , resulta:

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{ab^2 - 4a^2c}{4a^3}\end{aligned}$$

Factorizando a en la parte derecha y reduciendo términos, tenemos

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembro de la igualdad y despejando x ;

$$\begin{aligned}x + \frac{b}{2a} &= \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a} \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

dicha ecuación nos proporciona dos soluciones o raíces de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, a saber

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El término interno de la raíz se conoce como discriminante, y se representa mediante $\Delta = b^2 - 4ac$, donde los términos a, b, c son los coeficientes de la ecuación $y = ax^2 + bx + c$. El discriminante es quien determina cuales son los puntos de corte de la parábola con el eje x .

- Si $\Delta > 0$ la gráfica de la función tiene dos puntos de corte con el eje x

- Si $\Delta = 0$ la gráfica de la función tiene un punto de corte con el eje x
- Si $\Delta < 0$ la gráfica de la función no tiene puntos de corte con el eje x

2.2.4. GeoGebra y ExELearning

GeoGebra es un software que nace de las ideas del matemático Austriaco Markus Hohenwarter en el año 2002, pensado inicialmente para el desarrollo de su tesis de maestría en la Universidad de Salzburgo, el objetivo principal era el de lograr un programa que combinara geometría dinámica con el cálculo simbólico, ya que se evidenciaba en la mayoría de docentes el apego a programas de geometría más no a los de cálculo al suponer gran dificultad en el manejo de la sintaxis.

Teniendo en cuenta las apreciaciones anteriores, GeoGebra es un software dinámico diseñado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con gran cantidad de aplicaciones y beneficios, entre ellos podemos mencionar algunos, como lo es el de tener una doble percepción de los objetos ya sea mediante la presentación gráfica y la presentación algebraica simultáneamente, otra virtud es que casi todo su código es distribuido con licencia GPL (General Public License), haciéndolo de esta manera un software libre, es decir que mediante autorización del autor puede ser copiado, estudiado y utilizado libremente, incluso redistribuido, es portable y no necesita conectividad a internet, se pueden generar applets y ser publicados en GeoGebratube o ser incrustados en otros tipos de programas, plataformas o páginas web, es compatible con diferentes sistemas operativos como windows, Linux, MacOS entre otros.

Técnicamente en GeoGebra se pueden encontrar por lo menos seis vistas, a saber

- Vista Gráfica: en esta presentación se pueden observar y realizar construcciones del tipo geométrico, ya sean puntos, rectas, círculos, ángulos, rotaciones, traslaciones y en general representaciones de regiones planas.
- Vista Algebraica: Muestra las representaciones de tipo algebraico y numéricas que provienen de otras vistas.
- Vista Gráfica 3D: Muestra construcciones geométricas que provienen de funciones de dos variables, cónicas y sólidos de revolución.
- Vista Hoja de Cálculo: en esta vista se cuenta con un arreglo de filas y columnas para listar

y acomodar datos numéricos para su posterior tratamiento.

- Vista CAS (Cálculo Simbólico): En esta vista se pueden realizar cálculos de diferentes operaciones matemáticas ya sean derivadas, integrales, sistemas de ecuaciones entre otras.
- Vista de Probabilidad y estadística: en esta vista se encuentra una gran variedad de funciones para el desarrollo del estudio probabilidades y estudio de datos estadísticos.

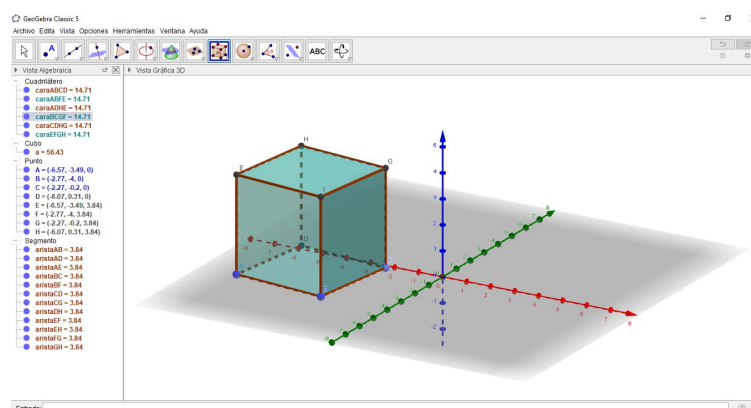


Figura 2.13: Vista 3D en GeoGebra

Por otro lado, con el aumento paulatino de las herramientas tecnológicas y sobre todo en el que la enseñanza de las matemáticas requiere mayor eficacia, el software GeoGebra además de brindar gran ayuda en los entornos gráficos y algebraicos necesita algunos complementos, para fomentar el dialogo entre la maquina y el usuario creemos que el programa ExELearning ofrece diferentes entornos entre los cuales los applets construidos con GeoGebra se ejecutarían fácilmente.

En este sentido, ExELearning es un proyecto financiado por el Gobierno de Nueva Zelanda en conjunto con la University of Auckland. Puede decirse que es un herramienta de código abierto con el cual se pueden crear contenidos educativos sin la necesidad de ser un experto programador, en estos términos es una aplicación multiplataforma que permite la utilización de árboles de contenido, elementos multimedia y actividades interactivas de autoevaluación entre otras.

Para su funcionamiento, está constituido por instrumentos que permiten introducir diferentes recursos educativos denominados iDevices, entre los cuales destacan los de presentación de información de forma textual y no textual, actividades interactivas y no interactivas. En otras palabras,

ExELearning es un software libre que tiene ventajas similares a las de una plataforma en el cual podemos encontrar e incorporar material educativo sin la necesidad de conexión a Internet, que podemos modificar, redistribuir y utilizar libremente.



Figura 2.14: ExELearning

2.2.5. Test CHAEA

Partiendo de diferentes apreciaciones y diversos estudios en los que se demuestra que las generaciones actuales traen un chip incorporado y su ritmo de aprender se da de una manera vertiginosa, nace el interrogante ¿Cuál es la forma más acertada de obtener aprendizajes significativos en los estudiantes?.

Dando respuesta a dicha pregunta han surgido diferentes teorías, y se reconocen comúnmente como modelos de estilos de aprendizaje los cuales ofrecen un marco conceptual para entender conductas identificadas en el salón de clase, a partir de estas situaciones se pueden crear técnicas de enseñanza para que los estudiantes asimilen conceptos y así lograr un rendimiento óptimo.

Los modelos y sus estilos de aprendizaje más reconocidos se presentan en la siguiente figura tomada de (Aragón and Jiménez, 2009)

Ahora bien, entre estos modelos vale la pena resaltar el modelo de Kolb ya que centra su atención en el aprendizaje con base a la experiencia. Siguiendo esta corriente Alan Mumford y Peter Honey en el año 1986 crearon un cuestionario denominado LSQ (Learning Styles Questionnaire) sobre estilos de aprendizaje dirigido fundamentalmente al mundo empresarial y en el cual se identifican

Modelos	Estilos de aprendizaje
Sistema de representación (Modelo PNL)	Visual Auditivo Kinestésico
Modo de procesar la información (David Kolb)	Activo Reflexivo Pragmático Teórico
La categoría bipolar (Felder y Silverman)	Sensoriales / Intuitivos Visuales / Verbales Secuenciales / Globales Activos / Reflexivos
Las preferencias de pensamiento (Ned Herman)	Racionales Cuidadosos Experimentales Emotivos
Desarrollo de las capacidades (Bernice Mc Carthy)	Proceso de ocho momentos pedagógicos para conseguir que el alumno logre aprendizajes significativos.

Figura 2.15: Criterios de clasificación de los estilos de aprendizaje.

cuatro procesos claves durante el ciclo de aprendizaje y que se reconocen como estilos: activo, reflexivo, teórico y pragmático.

En el año de 1992 la doctora en ciencias de la educación y psicóloga Catalina Alonso García con base a un estudio realizado a 1371 estudiantes recoge los aportes de Honey y Mumford, y adapta el cuestionario LSQ al entorno académico, en dicho estudio identifica y caracteriza las destrezas de cada estilo, las cuales se compilan en el test que ella misma denominó CHAEA (Cuestionario Honey - Alonso sobre estilos de aprendizaje). A grandes rasgos mencionamos algunas de las características vistas por Alonso para cada estilo de aprendizaje:

- **Activo:** Animador, improvisador, descubridor, arriesgado, espontaneo.
- **Reflexivo:** Ponderado, concienzudo, receptivo, analítico, exhaustivo.
- **Teórico:** Metódico, lógico, objetivo, critico, estructurado.
- **Pragmático:** Experimentador, práctico, directo, eficaz, realista.

Para el desarrollo del presente trabajo, se aplicara el test CHAEA Junior para identificar con que

estilo de aprendizaje tienen mayor afinidad los estudiantes de la Institución Educativa Las Brisas y de esta manera plantear actividades que permitan apropiación clara de conceptos matemáticos.

CAPÍTULO 3

Metodología

3.1. Enfoque Metodológico

El presente trabajo basara su metodología bajo un enfoque cualitativo, y como señalan (Blasco Mira et al., 2007), al realizar un estudio cualitativo se estudia la realidad en su contexto natural, se interpretan fenómenos de acuerdo con las personas implicadas y además se utiliza una variedad de instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas. Teniendo en cuenta lo anterior, se busca identificar si con el software GeoGebra se facilita al estudiante la adecuada apropiación del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones por medio de la interpretación de los modelos matemáticos obtenidos de ciertos fenómenos de la cotidianidad.

3.2. Colaboradores

Para el desarrollo del presente trabajo se contó con un grupo de 13 estudiantes pertenecientes al grado décimo de la Institución Educativa Las Brisas - Patía, cabe resaltar que el centro educativo se encuentra en zona rural de difícil acceso por lo que se cuenta con un solo grupo de dicho grado para la aplicación de las actividades de aprendizaje.

3.3. Fases para la realización del trabajo

Las fases metodológicas empleadas durante el estudio fueron las siguientes:

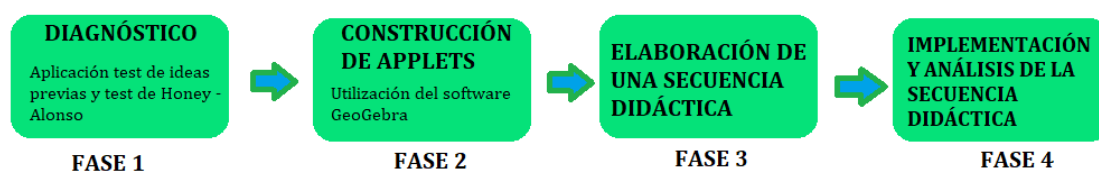


Figura 3.1: Metodología

A continuación se explicaran cada una de las anteriores fases:

3.3.1. Fase 1: Diagnóstico

Inicialmente se aplicó un test de ideas previas con el cual se pretendía identificar que tanto recordaba el estudiante sobre los conceptos primordiales relacionados con función lineal y función cuadrática, en dicho test se exponían once preguntas de selección múltiple y de relación, donde se buscaba que el estudiante correlacionara la información, de manera que pudiera transitar entre gráficas, tablas y ecuaciones. Posteriormente, se hizo la respectiva retroalimentación por parte del docente luego de analizar los resultados obtenidos por cada estudiante.

Teniendo en cuenta los efectos del test de ideas previas, se hizo notorio indagar en forma mínima sobre que estilo de aprendizaje seria adecuado aplicar para obtener aprendizajes significativos, para ello, fue de interés emplear el cuestionario Honey Alonso de estilos de aprendizaje (CHAEA),

dada su usabilidad, sencillez y rapidez se tomo el caso del CHAEA Junior, el cual cuenta con un total de 40 preguntas, y se aplicó en forma física otorgando a cada estudiante un recurso impreso de su propio cuestionario, posteriormente el mismo test fue respondido on-line en la plataforma Fortalecimiento de Competencia Digital Basado en Estilos de Aprendizaje: Estrategia Evaluativa para Estudiantes de Primer Semestre, proyecto conjunto Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales - Universidad de Caldas quien se encargó directamente de responder sobre el estilo de aprendizaje propio de cada estudiante, dicha encuesta se puede encontrar fácilmente en la dirección electrónica <http://froac.manizales.unal.edu.co/chaea/test.php>

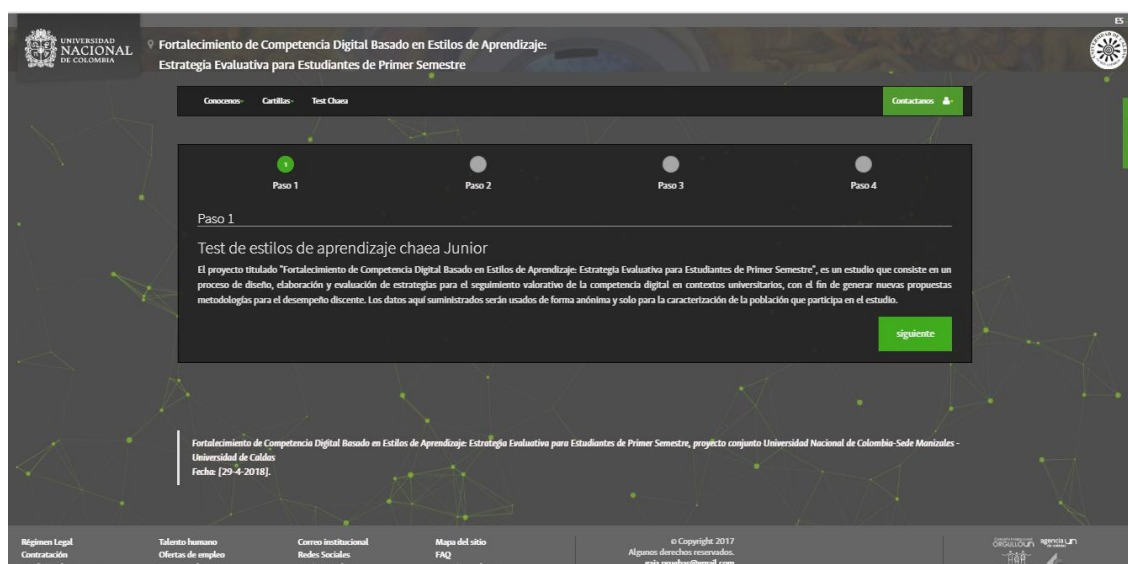


Figura 3.2: Chaea Junior

3.3.2. Fase 2: Construcción de Applets

Partiendo de lo analizado en la fase 1, el paso siguiente fue el de buscar situaciones o fenómenos cotidianos que originaran modelos matemáticos que condujeran a funciones lineales o cuadráticas, en este momento, se solicitó a los estudiantes recolectar información en la que se relacionaran diferentes variables ya fueran de su contexto o en su defecto de una realidad nacional o mundial, durante este proceso se optó por considerar estadísticas mundiales recopiladas de la pagina web Worldometers - Estadísticas mundiales en tiempo real (<http://www.worldometers.info/es/>),

en la cual podían recopilar informaciones sobre población, gobierno, economía, energía y salud. Con base en los datos recopilados por parte de los jóvenes, se buscaron software gratuitos de fácil manejo, donde el de mayor aplicabilidad era GeoGebra ya que permitía ejecutar satisfactoriamente la propuesta didáctica y por otro lado contar con gran cantidad de recursos interactivos a disposición del estudiantado, en esta etapa uno de los objetivos era dinamizar y en forma creativa brindar de manera clara la aplicación de los conceptos en cuestión, es por ello que se procedió a desarrollar applets sencillos que fueran fácilmente manipulables y además de ser portables por el estudiante, al igual de cómoda interacción sin necesidad de conectividad a internet.

Un valor añadido de la herramienta interactiva es que por su versatilidad y agilidad suministró herramientas en el campo visual y analítico mediante representaciones gráficas y algebraicas, las cuales evidencian avances significativos de los estudiantes en el proceso enseñanza- aprendizaje de conceptos matemáticos, permitiendo de manera instantánea observar resultados y retroalimentar los contenidos de carácter casi inmediato.

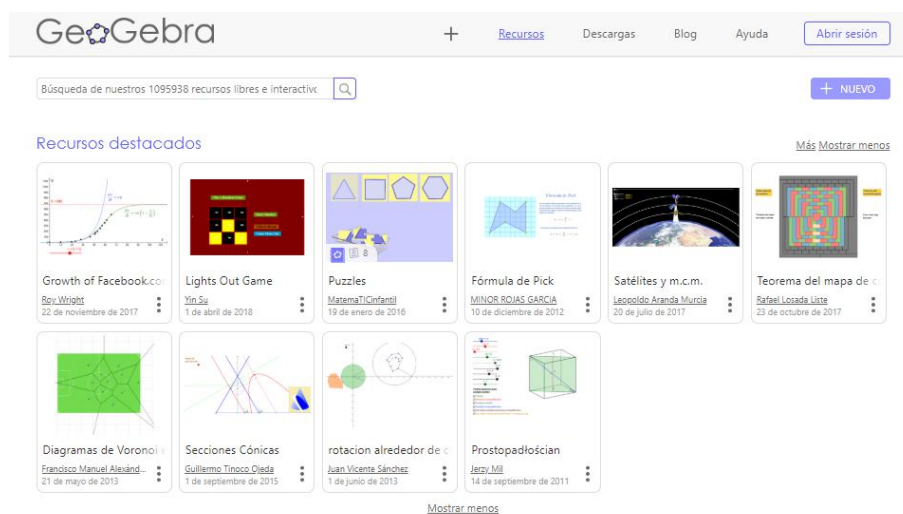


Figura 3.3: GeoGebra y sus recursos.

3.3.3. Fase 3: Elaboración de una secuencia didáctica.

Como se ha mencionado anteriormente, el mundo digital juega un papel de gran relevancia en la actualidad y al notar que la mayoría de los jóvenes son seducidos más fácilmente por la tecnología, se buscó una herramienta TIC en la cual fuera posible alojar los applets de GeoGebra y a su vez funcionara como secuencia didáctica atendiendo los requisitos mínimos básicos para el aprendizaje de ciertas temáticas siguiendo los lineamientos del MEN.

Partiendo de estas premisas, se inspeccionaron diferentes software como flash, cuadernia, moodle, edilim entre otros, siendo ExELearning la herramienta de autor libre el de mejor aplicabilidad al no necesitar conocimientos avanzados de programación, y contar en su interfaz con diferentes propiedades denominadas idedices que permiten implementar cuestionarios, textos, juegos, vídeos y muchas opciones más.

La secuencia didáctica se elaboró con base a las temáticas relacionadas a función lineal y cuadrática, en ella se disponen los contenidos en diferentes pestañas o paginas y los cuales se mostraran a grandes rasgos a continuación.

Interfaz y contenido.

La secuencia didáctica en su interfaz cuenta con un menú de inicio en la parte superior izquierda, en la cual se puede visualizar el contenido disponible para las personas que hagan uso de la herramienta, en ella se encuentran las siguientes paginas, **inicio**, en ella se observa una imagen de la Institución Educativa Las Brisas lugar en la que se tomó la materia prima (estudiantes) para el desarrollo del material didáctico, en la pestaña **secuencia didáctica** se muestra una imagen como preámbulo y presentación de la secuencia, la pestaña **Desarrollo semanal** se encuentran dispuestas las temáticas y actividades para desarrollar durante el tiempo que se propone y finalmente se encuentra la pestaña **Agradecimientos** en la que se reconoce el esfuerzo y dedicación al grupo de estudiantes objeto de aplicación de la herramienta.

Al dar click en la pestaña inicio se encuentra una imagen de como se visualiza la secuencia di-

dáctica en su interfaz y el contenido de la misma.



Figura 3.4: Interfaz y contenido

A medida que el estudiante avanza en la herramienta puede ir interactuando entre las distintas pestañas, al ingresar a la pestaña **secuencia didáctica** se despliega una imagen que define la secuencia al igual que dos subpestañas denominadas **Visión General** y **Desempeños esperados** en los cuales se enmarca el propósito, el tiempo estimado para el desarrollo y los logros que se esperan obtener.

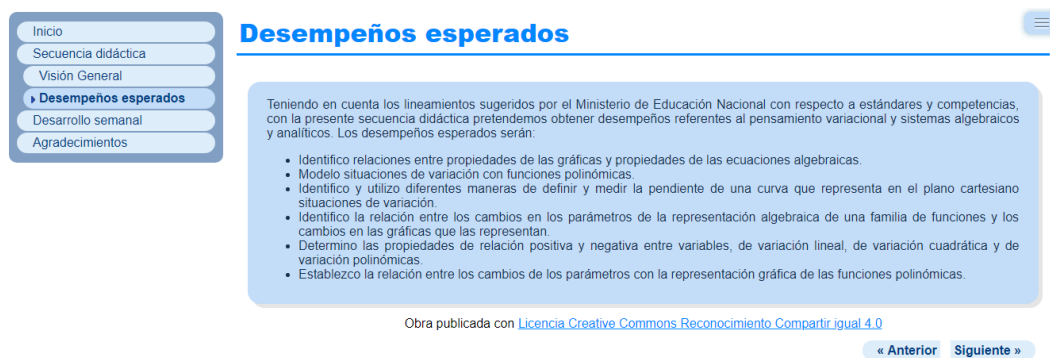


Figura 3.5: Visión general y desempeños esperados

En la pestaña **Desarrollo semanal** se observa la cronología estimada para avanzar en las temáticas y actividades, en las semanas 1 y 2 se destina al estudio de los conceptos básicos de las funciones lineales y cuadráticas, la semana 3 está dedicada a la identificación de algunas situaciones cotidianas que traducen a modelos matemáticos, la semana 4 se destina al desarrollo de

actividades que implican la apropiación de los conceptos claves mediante la ayuda del software GeoGebra y finalmente en la semana 5 se propone un test final en el cual se identifique avances y experiencia adquirida con la secuencia.



Figura 3.6: Desarrollo semanal

En detalle, la semana 1 se dedica al estudio de los conceptos básicos de las funciones lineales y afines, en dicha página se encuentran las diferentes definiciones, variantes que pueden tomar dichas funciones como el ser paralelas, perpendiculares, constantes, pendiente de una recta, ecuación punto - pendiente, al igual que un vídeo de tipo instructivo en la pestaña para saber más que refuerza los conceptos ya estudiados. Cabe notar que en cada tema de estudio se incluyen los applets de GeoGebra para que el estudiante practique y afiance sus conocimientos.

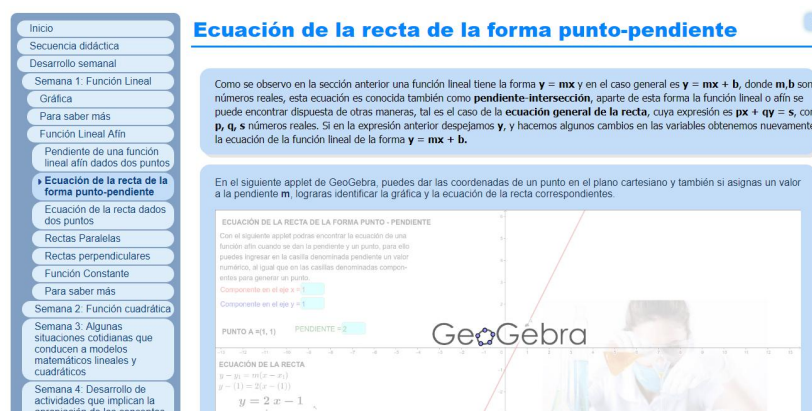


Figura 3.7: Conceptos función lineal y afín

La semana 2 está destinada al estudio de la función cuadrática, entre las páginas que se en-

cuentran para esta semana se pueden encontrar temas como la fórmula cuadrática, máximos y mínimos, forma normal entre otros

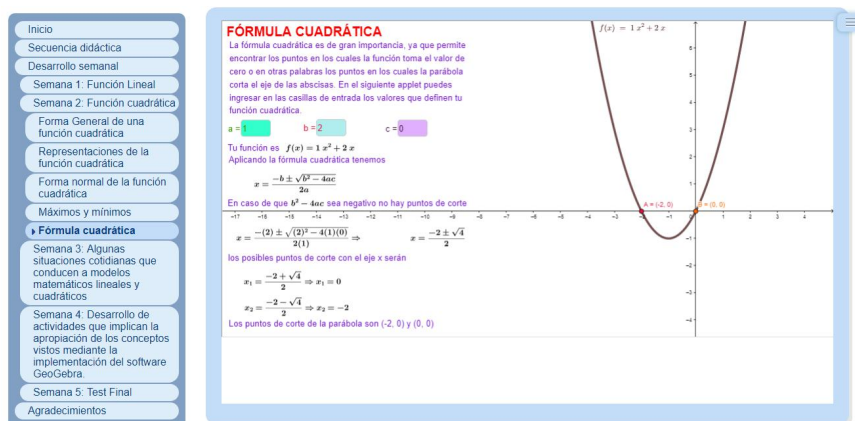


Figura 3.8: Conceptos función cuadrática.

La semana 3 cuenta con once (11) situaciones cotidianas en las cuales se obtiene un modelo matemático ya sea lineal o cuadrático, dichas situaciones se encuentran desarrolladas una a una por parte del docente y cuyo objetivo fundamental es el de ir identificando poco a poco diferentes situaciones en las cuales intervienen elementos matemáticos. Este material tiene la opción de ser descargado o impreso en formato pdf para su posterior uso en caso de ser necesario, a manera de propuesta se solicita al estudiante encontrar la gráfica de cada situación para que continúe familiarizándose con el software GeoGebra

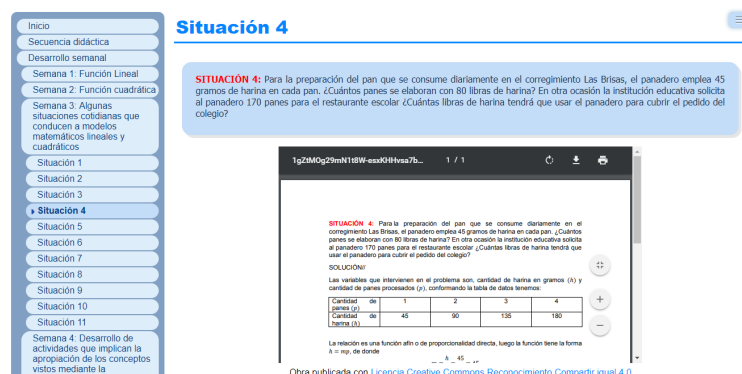


Figura 3.9: Situaciones cotidianas.

Para la semana 4, se propone a los estudiantes 4 actividades de estudio y de practica que refuer-

cen lo visto en las semanas 1, 2 y 3, las tareas que se enuncian se presentan paso a paso y de forma clara, para ejecutarlas el estudiante debe tener totalmente claros los conceptos y a la vez de estar en la capacidad de identificar situaciones cotidianas.

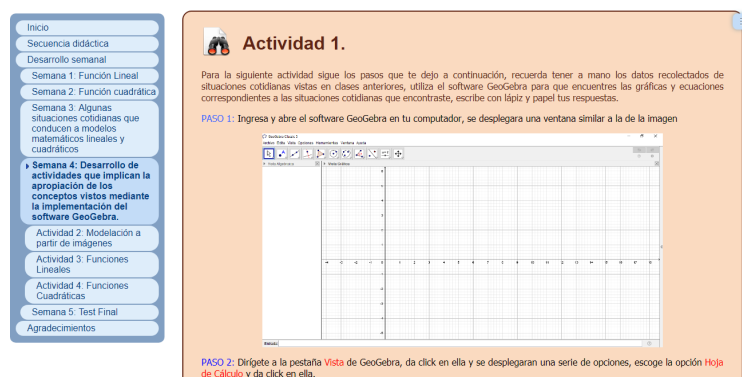


Figura 3.10: Actividades.

Finalmente en la semana 5, se encuentran dos enlaces que conducen a dos formularios de google drive en los cuales se evalúan los temas vistos al igual que la aceptación de la secuencia didáctica mediante un test de Likert.

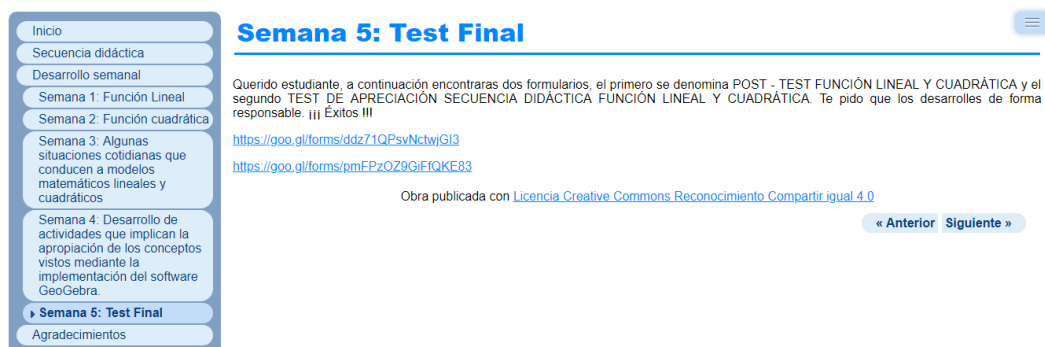


Figura 3.11: Test final.

3.3.4. Implementación de la secuencia didáctica

Después de la elaboración de la secuencia didáctica el paso siguiente fue el de su respectiva implementación, para ello se acordaron horarios en conjunto con los estudiantes para su adecuado

desarrollo, luego, se dotó a cada estudiante de un computador portátil al igual que la secuencia didáctica contenida en un medio magnético (USB), el trabajo fue realizado semana a semana con la guía del docente en cada instante, las actividades se elaboraron también en forma física consignando los respectivos apuntes con lápiz y papel.

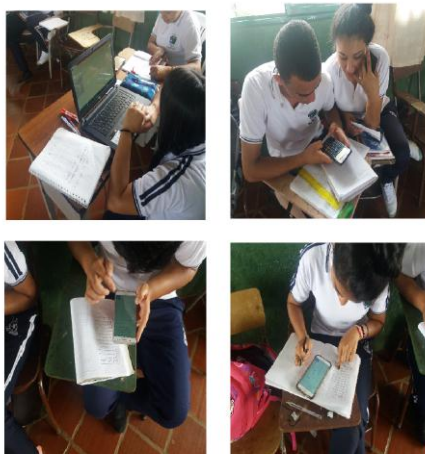


Figura 3.12: Evidencia 1.

La siguiente etapa fue dar inicio a la secuencia sugiriendo a los estudiantes objeto de estudio interactuar con la herramienta siguiendo el respectivo orden cronológico, la manera de evidenciar resultados era mediante talleres, los cuales debían ser resueltos con los applets de GeoGebra al igual que las actividades que fueran solicitadas. En esta instancia algunas de las actividades como la recolección de datos que condujeran a modelos matemáticos a partir de situaciones cotidianas se hicieron en parejas con el objetivo de que se comparara y se observaran diferencias entre un modelo y otro.

Por otro lado, se oriento en otra temática como lo es el de los ajustes lineales o cuadráticos a partir de un conjunto de puntos a partir de la construcción de tablas de datos y dando algunas instrucciones sobre el software GeoGebra el cual se encargaba de relacionar tabla, ecuación algebraica y gráfica.

Con respecto a los test finales que fueron propuestos para la semana 5, se opto por que fueran de igual nivel e intensidad que el test de ideas previas pero guardando la misma relación, al igual que



Figura 3.13: Evidencia 2.

la implementación de un test de apreciación en el cual se identificara o recogiera las apreciaciones del estudiante sobre la secuencia didáctica.

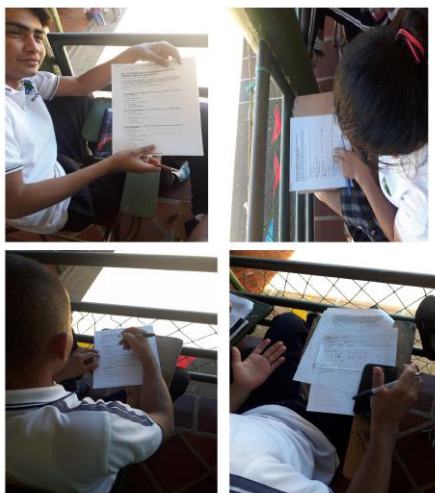


Figura 3.14: Evidencia 3.

CAPÍTULO 4

Análisis de Resultados

Partiendo de un estudio minucioso y observando las bajas calificaciones obtenidas por los estudiantes de la Institución Educativa Las Brisas en temas fundamentales de la matemática como la función lineal y cuadrática se decidió implementar estrategias de enseñanza - aprendizaje distintas al método tradicional; para ello el presente trabajo de grado se orientó a la apropiación del software libre GeoGebra y con el cual se buscaba que los estudiantes adquirieran otra visión de los conceptos en cuestión por medio de situaciones de su cotidianidad.

Inicialmente, se planteó un test de ideas previas que recopilara problemas básicos en el cual se lograra identificar falencias ya fueran en la parte conceptual o de manejo de relaciones algebraicas. Teniendo en cuenta los resultados que arrojó el test, el paso a seguir fue el de aplicar el cuestionario de Honey - Alonso sobre estilos de aprendizaje (CHAEA JUNIOR) que brindaría una luz sobre como los estudiantes aprenden de manera más eficaz. Posteriormente al recopilar la información y analizarla se procedió a elaborar una secuencia didáctica que abordara de forma clara los temas que se buscaba fueran interiorizados.

por último, se plantearon un post test para analizar el alcance de la secuencia didáctica al igual que un test de Likert para observar el nivel de aceptación y satisfacción de los estudiantes con respecto a una metodología diferente, con base a las apreciaciones anteriores se procederá a mostrar de forma detallada los resultados obtenidos.

4.1. Análisis test de ideas previas

Se realizó y aplicó un test de ideas previas a los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Las Brisas (ver anexo 1), cuyo objetivo era el de indagar sobre que tanto se conoce de los conceptos de función lineal y función cuadrática.

El test está compuesto de once (11) preguntas de selección múltiple, el puntaje de calificación de cada pregunta se encuentra en un rango de 0,00 puntos para el valor mínimo y se dará cuando el estudiante emita una respuesta incorrecta. Tendrá un valor máximo de 0,45 cuando la respuesta sea correcta, por otro lado, dicho valor será dividido en partes iguales según el número de ítems de la que se componga la pregunta, es decir, si una pregunta contiene tres apartados cada uno de ellos tomará un valor de 0,15.

La nota final del test tendrá una valoración de 1 a 5 compuesta de una parte entera y dos decimales, acorde al sistema de evaluación y promoción adoptado en el P.E.I de la institución, teniendo en cuenta las observaciones anteriores se procederá a analizar una a una las respuestas dadas por los estudiantes frente al test en cuestión.

Análisis pregunta 1:

La pregunta 1 se encuentra subdividida en tres apartados, por lo que cada uno de ellos tendrá un valor de 0,15 puntos, la pregunta es de selección múltiple con única respuesta, los resultados obtenidos son los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	0	0,0
0,15	1	7,7
0,30	5	38,5
0,45	7	53,8

Tabla 4.1: Valoraciones pregunta 1.

De la tabla anterior se puede notar que ningún estudiante obtuvo cero puntos, 1 estudiante obtuvo un puntaje de 0,15 acertando únicamente a un ítem, 5 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,30 lo que indica que acertaron en dos ítems y finalmente 7 estudiantes acertaron los tres ítems obteniendo la calificación mayor de 0,45. Estas valoraciones se muestran en los siguientes gráficos:

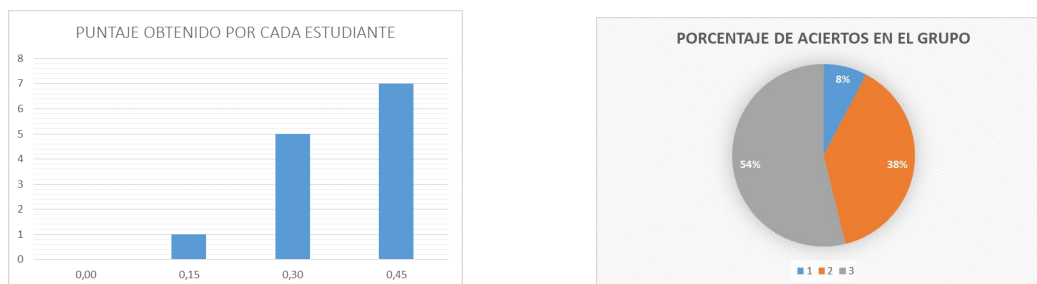


Figura 4.1: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 1

Según las gráficas la mitad más uno del grupo respondió correctamente la primera pregunta, lo que representa el 54 % de los encuestados, el 38 % de los encuestados solo respondieron correctamente dos ítems y el 8 % solo contestó un ítem. Con relación a la pregunta podemos inferir que un poco menos de la mitad de estudiantes tienen dificultad de relacionar datos de tablas y dar respuesta a interrogantes usando información específica que conduce a un modelo matemático.

Análisis pregunta 2:

La pregunta dos es del tipo selección múltiple con única respuesta, por lo que se puede valorar como acertada (0,45) o no acertada (0,00) ya que no tiene sub ítems. Las respuestas dadas por el grupo son las siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	6	46,2
0,45	7	53,8

Tabla 4.2: Valoraciones pregunta 2.

Tomando la información de la tabla se puede notar que 7 estudiantes respondieron correctamente el interrogante, es decir el 54 % de la población, y que 6 estudiantes no respondieron acertadamente lo que se refleja en el 46 % de los encuestados. Es decir que la mitad mas uno respondió correctamente con relación al total de estudiantes. Teniendo en cuenta lo anterior se puede notar que por lo menos la mitad de los estudiantes encuestados tienen dificultades al asociar la gráfica de una función lineal con la ecuación que define dicha representación.



Figura 4.2: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 2

Análisis pregunta 3:

La pregunta tres es del tipo selección múltiple con única respuesta, cuyas valoraciones serán acertadas (0,45) o no acertada (0,00). Las respuestas dadas por el grupo son las siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	1	7,7
0,45	12	92,3

Tabla 4.3: Valoraciones pregunta 3.

Observando la tabla 4.3 se infiere que la gran mayoría (12 estudiantes) respondió correctamente la pregunta, lo cual se representa en el 92,3 % de la población, por otra parte solamente una

persona respondió de forma incorrecta y ello se representa con el 7,7 % de los encuestados. Partiendo de la información dada en la pregunta se puede identificar que la mayoría de estudiantes del grado décimo identifica una función constante a partir de los valores de una tabla al igual que su representación gráfica. Los diagramas que representan la información de la tabla 4.3 son los siguientes:

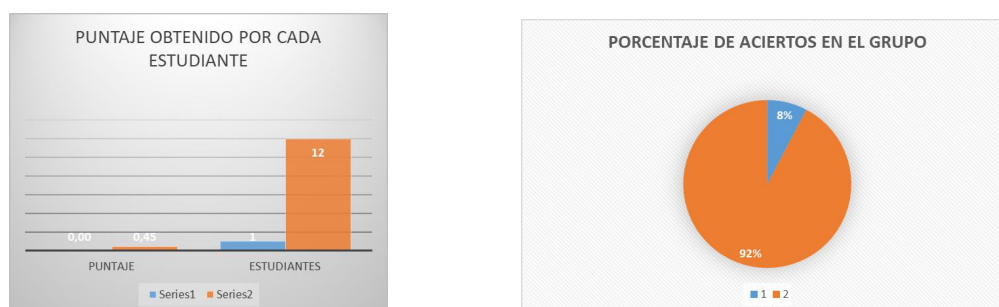


Figura 4.3: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 3

Análisis pregunta 4:

La pregunta 4 se encuentra subdividida en tres apartados, por lo que cada uno de ellos tendrá un valor de 0,15 puntos, la pregunta es de selección múltiple con única respuesta, los resultados obtenidos son los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	3	23,1
0,15	2	15,4
0,30	6	46,2
0,45	2	15,4

Tabla 4.4: Valoraciones pregunta 4.

De la tabla 4.4 podemos notar que 3 estudiantes, quienes representan el 23,1 % de la población no dieron respuesta a ningún interrogante, el 15,4 % de los encuestados, representado en 2 estudiantes solo respondieron correctamente un ítem, 6 estudiantes quienes constituyen el 46,2 % de la muestra dieron razón a dos ítems, y finalmente 2 estudiantes (15,4 %) contestaron correctamente la pregunta. Observando la pregunta se puede identificar que se presenta dificultad a la

hora de interpretar un modelo matemático de una situación ya sea mediante una gráfica, tabla u ecuación puesto que la totalidad de encuestados presentó dificultad en alguno de los ítems que estaban relacionados entre sí, gráficamente estas informaciones se muestran a continuación:

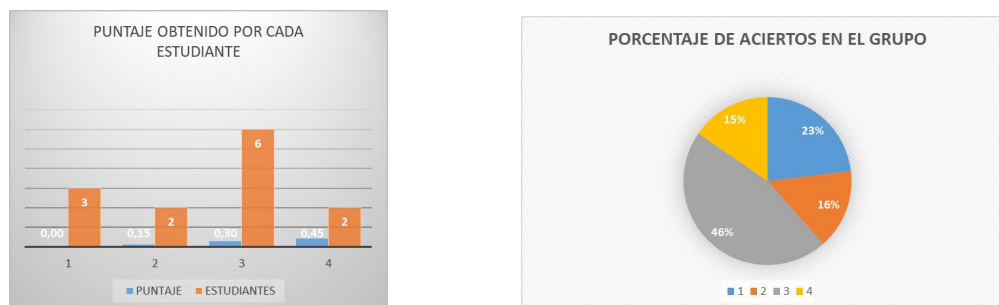


Figura 4.4: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 4

Análisis pregunta 5:

La pregunta 5 del test consiste en relacionar gráficas con su respectiva ecuación y viceversa, en ella se plantean 4 gráficas por lo que podemos tener 5 resultados diferentes a saber, (0,00) en caso de no tener ningún acierto, un acierto tendrá un valor de (0,1125), dos aciertos (0,225), con tres aciertos se tendrá un puntaje de (0,3375) y finalmente cuatro aciertos con un puntaje de (0,45). Los resultados de esta pregunta se evidencian en la siguiente tabla:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	4	30,8
0,1125	2	15,4
0,225	1	7,7
0,3375	0	0
0,45	6	46,2

Tabla 4.5: Valoraciones pregunta 5.

Según los datos contenidos en la tabla 4.5 se puede observar que 4 estudiantes no relacionaron ninguna ecuación con su gráfica, ellos representan el 30,8 % de los encuestados, 2 estudiantes solo acertaron una relación y los cuales representan el 15,4 % de la población estudiada, 1 estudiante (7,7 % de los encuestados) obtuvo dos relaciones, ningún estudiante obtuvo tres relaciones y finalmente 6 estudiantes (46,2 % de la población) respondieron correctamente la pregunta. En

general el 53,9 % de los encuestados (7 estudiantes) se le dificulta identificar correctamente la relación entre ecuación y gráfica, los datos se representan a continuación:

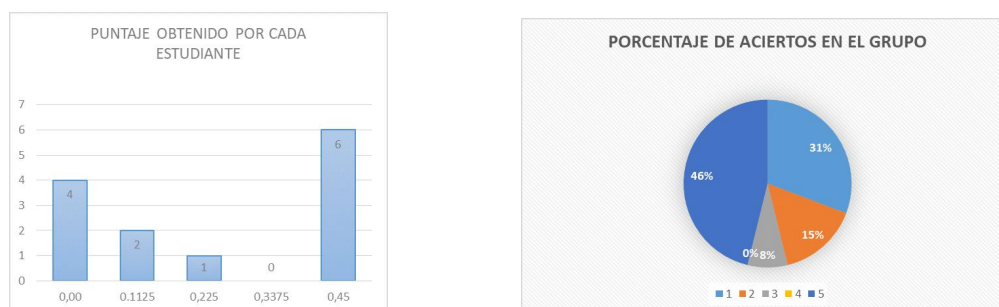


Figura 4.5: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 5

Análisis pregunta 6:

La pregunta seis es del tipo selección múltiple con única respuesta, las valoraciones serán acertada (0,45) o no acertada (0,00). Las respuestas dadas por el grupo son las siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	2	15,4
0,45	11	84,6

Tabla 4.6: Valoraciones pregunta 6.

En esta pregunta el 84,6 % de los encuestados respondió correctamente la pregunta, es decir 11 estudiantes, y solamente 2 estudiantes respondieron de manera incorrecta, los cuales representan el 15,4 % de los encuestados. Según la pregunta se puede inferir que la mayoría de estudiantes reconocen la gráfica de una parábola con desplazamiento vertical, donde el valor de a en la función cuadrática es positivo.

Gráficamente se presentan los datos de la siguiente manera:



Figura 4.6: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 6

Análisis pregunta 7:

La pregunta siete es como en los casos anteriores de selección múltiple con única respuesta, nuevamente las valoraciones serán acertadas con puntaje (0,45) o no acertada con puntaje (0,00).

Las respuestas son las siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	7	53,8
0,45	6	46,2

Tabla 4.7: Valoraciones pregunta 7.

De la tabla 4.7 podemos notar que 7 estudiantes respondieron de manera incorrecta y ellos representan el 53,8 % de los encuestados, además 6 estudiantes respondieron de forma acertada para un total del 46,2 % de la población estudiada, en este caso podemos decir que a la mayoría de educandos se les dificulta identificar la ecuación de una parábola dada su gráfica, la cual presenta desplazamiento vertical y donde el valor de a es negativo en la función cuadrática que la representa. La representación gráfica de los datos recogidos es la siguiente.

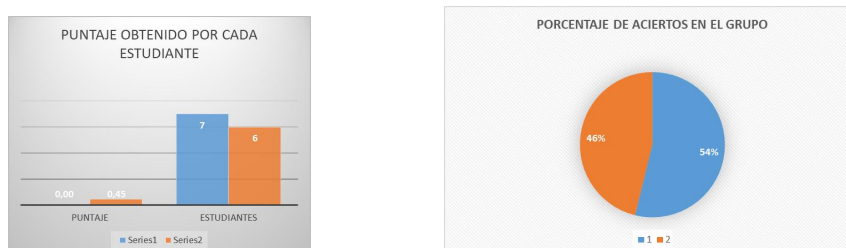


Figura 4.7: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 7

Análisis pregunta 8:

La pregunta ocho es de selección múltiple con única respuesta, las valoraciones serán acertadas con puntaje (0,45) o no acertada con puntaje (0,00). Las respuestas dadas por los estudiantes son las siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	5	38,5
0,45	8	61,5

Tabla 4.8: Valoraciones pregunta 8.

Del grupo de estudiantes encuestado se nota que 5 estudiantes quienes representan el 38,5 % de la muestra presentan dificultad en interpretación de problemas que conducen a relaciones cuadráticas, mientras que 8 estudiantes quienes representan el 61,5 % se les facilita el manejo de situaciones problema relacionados con áreas y en particular de funciones cuadráticas, los datos presentados en la tabla 4.8 se observan en los siguientes gráficos:



Figura 4.8: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 8

Análisis pregunta 9:

La pregunta nueve es de selección múltiple con única respuesta, las valoraciones serán acertadas con puntaje (0,45) o no acertada con puntaje (0,00), para dar respuesta a dicha pregunta, el estudiante tuvo que haber interpretado correctamente el enunciado y respondido correctamente la pregunta 8. Con base a lo anterior los resultados fueron los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	12	92,3
0,45	1	7,7

Tabla 4.9: Valoraciones pregunta 9.

Según los datos recopilados en la tabla 4.9, se nota que solamente un estudiante respondió la pregunta correctamente, lo cual se refleja en el 7,7 % de la población. Por otro lado, se evidencia que el 92,3 % de la población, es decir 12 estudiantes respondieron incorrectamente. En este sentido se visibiliza que al grupo de estudiantes se les dificulta identificar las gráficas de una función cuadrática proveniente de una situación problema.

Los gráficos de los datos recopilados en la pregunta 9 son los siguientes:

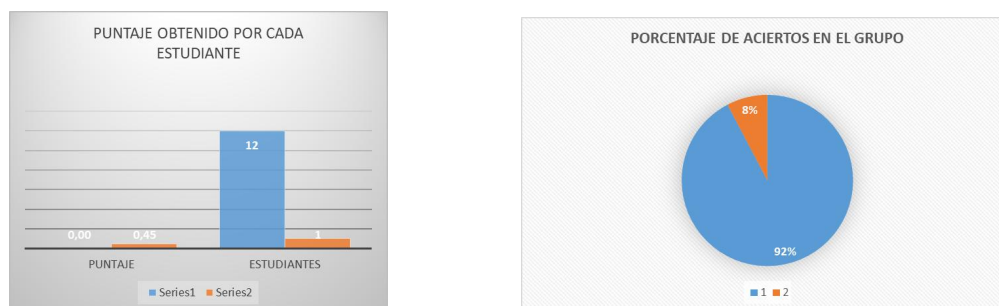


Figura 4.9: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 9

Análisis pregunta 10:

Para dar respuesta a esta pregunta el estudiante necesita de las informaciones dadas en las preguntas 8 y 9; como en los casos anteriores, las valoraciones serán de nuevo (0,00) en el caso de que sea incorrecta y de (0,45) en caso de ser correcta. Los datos obtenidos fueron los siguientes: A partir de los resultados mostrados en la tabla 4.10 se nota que 7 estudiantes contestaron de

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	7	53,8
0,45	6	46,2

Tabla 4.10: Valoraciones pregunta 10.

forma incorrecta, es decir al 53,8 % de los encuestados se les dificulta relacionar ecuación, gráfica y

tabla de datos que representan una situación problema. Por otro lado, 6 estudiantes respondieron de forma correcta, es decir que un 46,2 % del grupo logran relacionar ecuación, gráfica y tabla de datos relacionados con una situación problema.

Los datos recopilados respecto a la pregunta 10 son los siguientes:



Figura 4.10: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 10

Análisis pregunta 11:

La pregunta once es del tipo selección múltiple con única respuesta, las valoraciones serán acertada (0,45) o no acertada (0,00). Los datos que se obtuvieron fueron los siguientes: Según la tabla 4.11,

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	9	69,2
0,45	4	30,8

Tabla 4.11: Valoraciones pregunta 11.

9 estudiantes contestaron de manera incorrecta la pregunta, es decir, el 69,2 % de la población. Por otro lado, respondieron de manera correcta 4 estudiantes quienes representan el 30,8 % de los encuestados. Teniendo en cuenta el tipo de pregunta se evidencia una dificultad en comprensión lectora ya que se debía interpretar correctamente la información dada en la pregunta para poder dar razón de ella, por otro lado, se evidencia dificultades en la mayoría de estudiantes a la hora de identificar gráficas que relacionan funciones cuadráticas. Gráficamente los datos obtenidos son los siguientes:



Figura 4.11: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 11

A partir de la información recopilada se evidencia que la mayoría de estudiantes presentan dificultades o falencias con respecto al estudio de gráficas, tablas y ecuaciones que determinan diferentes tipos de funciones, entre las que se encuentran las lineales y cuadráticas, otra realidad que se logra evidenciar es que los educandos no identifican fácilmente un patrón de ocurrencia de algún evento, lo cual no permite que interpreten modelos de situaciones que involucran relaciones matemáticas.

Otro aspecto a tratar, teniendo en cuenta los datos de la tabla 4.12, es que los resultados en

ESTUDIANTE	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	NOTA
ALCY GÓMEZ	0,30	0,45	0,45	0,00	0,45	0,00	0,00	0,00	0,45	0,45	0,00	2,55
ANGIE RUIZ	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	3,45
TATIANA PÉREZ	0,45	0,00	0,45	0,30	0,00	0,45	0,45	0,00	0,00	0,00	0,00	2,10
CAMILO BENÍTEZ	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,00	0,00	0,00	0,00	3,15
ALEXANDER ZÚNIGA	0,45	0,00	0,45	0,30	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	0,00	0,00	2,10
FRANCISCO MORA	0,30	0,45	0,45	0,15	0,11	0,45	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	2,81
FERNANDO ESTUPIÑAN	0,45	0,45	0,45	0,30	0,45	0,45	0,45	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00
KAREN NÁNEZ	0,30	0,00	0,45	0,00	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	0,00	0,45	2,10
NATALIA HOYOS	0,45	0,00	0,45	0,30	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	0,45	0,45	3,00
SARA ADRADA	0,30	0,45	0,45	0,30	0,45	0,45	0,00	0,45	0,00	0,45	0,00	3,30
YEIMY MAMBUSCAY	0,45	0,45	0,45	0,30	0,11	0,45	0,45	0,45	0,00	0,45	0,00	3,56
YONIER URIBE	0,45	0,00	0,45	0,15	0,45	0,45	0,45	0,45	0,00	0,00	0,45	3,30
AMPARO GÓMEZ	0,15	0,00	0,00	0,00	0,22	0,00	0,45	0,00	0,00	0,00	0,45	1,28
PROMEDIO POR PREGUNTA	0,37	0,24	0,42	0,23	0,24	0,38	0,21	0,28	0,03	0,21	0,14	2,75

Tabla 4.12: Valoraciones del test de ideas previas.

el ámbito académico no son notorios, tanto así que la nota promedio del grupo es 2,75. Los resultados obtenidos durante la valoración del test de ideas previas son relativamente básicos encontrándose las estimaciones en un rango de 3,0 a 3,6. Ningún estudiante obtuvo rendimiento alto ni superior que se encuentran en rangos de 4,0 a 5,0, por el contrario, se observan resultados en nivel bajo o insuficiente con resultados inferiores a 2,9. Teniendo en cuenta el test de ideas

previa también se observa que en promedio los estudiantes no alcanzaron un rendimiento óptimo con respecto a cada pregunta planteada, en este sentido la mayor valoración se dio en la pregunta 3 con un puntaje de 0,42; mientras que el resultado más bajo fue de 0,03 puntos en la pregunta 9, estas apreciaciones las podemos notar en los siguientes gráficos:

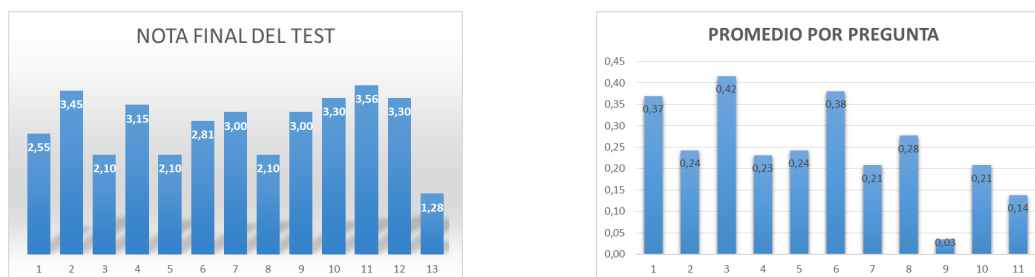


Figura 4.12: Nota final del test y promedios por pregunta

En conclusión, teniendo en cuenta los resultados anteriores se hace visible la necesidad de implementar metodologías diferentes que permitan afianzar conceptos, en este sentido creemos prudente la apropiación del software GeoGebra como mecanismo de enseñanza - aprendizaje que facilite la adecuada apropiación de conceptos abstractos de las matemáticas, ya que son muy pocos los estudiantes que obtuvieron resultados óptimos.



Figura 4.13: Porcentaje de estudiantes que aprobaron y reprobaron el test

El paso a seguir después de la revisión del test de ideas previas, fue identificar como se podía mejorar los resultados obtenidos por los estudiantes, para ello se buscaron diferentes teorías sobre

estilos de aprendizaje donde se optó por escoger el cuestionario Honey - Alonso, dicha prueba se realizó de forma física al igual que de manera virtual. En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos por cada estudiante del grado décimo de la institución Educativa Las Brisas, después de haber realizado el test de Honey - Alonso en la plataforma Fortalecimiento de Competencia Digital Basado en Estilos de Aprendizaje: Estrategia Evaluativa para Estudiantes de Primer Semestre, proyecto conjunto Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales - Universidad de Caldas: Si se considera como estudiante 1 a Tatiana Pérez y como estudiante 13 a Francisco

ESTUDIANTE	ACTIVO	TEÓRICO	REFLEXIVO	PRAGMÁTICO
TATIANA PÉREZ	7	9	6	6
CAMILO BENITEZ	5	7	6	7
YEIMY MAMBUSCAY	5	8	6	5
NATALIA HOYOS	6	10	5	8
ALEXANDER ZÚNIGA	5	6	8	6
SARA ADRADA	7	9	6	7
AMPARO GÓMEZ	7	9	6	9
ANGIE RUIZ	6	8	5	10
FERNANDO ESTUPIÑAN	6	6	7	9
KAREN NÁÑEZ	8	10	7	9
ALCY GÓMEZ	6	10	6	7
FRANCISCO MORA	4	7	3	6

Tabla 4.13: Resultados test CHAEA por estudiante.

Mora, los resultados de los estilos de aprendizaje que resultan de la tabla 4.13, en conjunto serán:

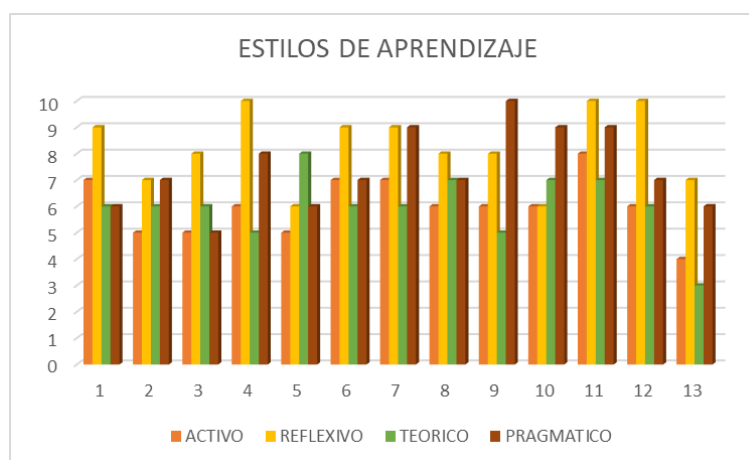


Figura 4.14: Estilos de aprendizaje por estudiante.

Si en promedio tomamos los porcentajes obtenidos por cada estudiante durante la valoración del

test CHAEA para cada estilo de aprendizaje, se evidencian los siguientes resultados:

ESTILO	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	% ESTILO
ACTIVO	25 %	20 %	21 %	21 %	20 %	24 %	23 %	21 %	21 %	22 %	24 %	21 %	20 %	22 %
REFLEXIVO	32 %	28 %	33 %	34 %	24 %	31 %	29 %	29 %	28 %	21 %	29 %	34 %	35 %	30 %
TEÓRICO	22 %	24 %	25 %	17 %	32 %	21 %	19 %	25 %	17 %	25 %	21 %	21 %	15 %	22 %
PRAGMÁTICO	21 %	28 %	21 %	28 %	24 %	24 %	29 %	25 %	34 %	32 %	26 %	24 %	30 %	26 %
TOTAL	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabla 4.14: Porcentaje de estilos de aprendizaje en el grupo.

Con relación a la tabla 4.14, respecto a los porcentajes de estilos de aprendizaje para cada estudiante podemos inferir que el 22 % de los estudiantes presenta un estilo de aprendizaje Activo y Teórico, el 30 % de los estudiantes un estilo Reflexivo y el 26 % estilo Pragmático.

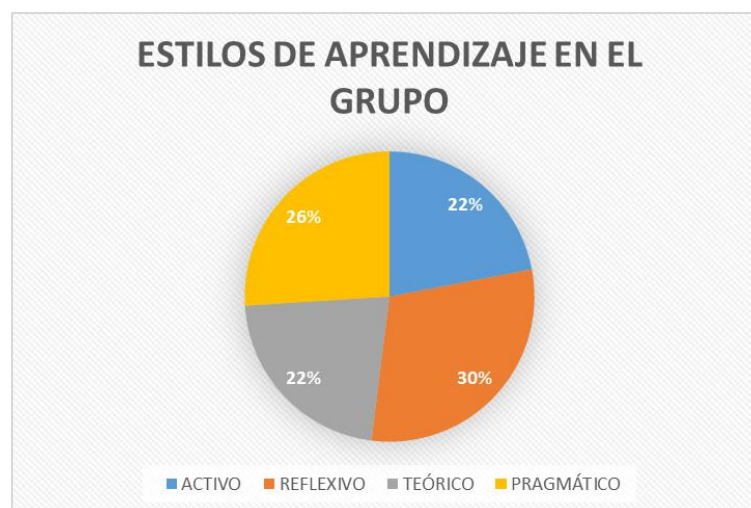


Figura 4.15: Diagrama de estilos de aprendizaje en el grupo

Ahora bien, los estudiantes con estilo de aprendizaje activo son personas que se involucran totalmente en lo que hacen. Irrumpen con entusiasmo cuando se le plantean actividades diferentes pero que sean cortas y que se puedan evidenciar resultados a corto plazo. Prefieren el dialogo, debates o realizar presentaciones. La pregunta que los incita a aprender es el **¿cómo?**

Con respecto al estilo de aprendizaje teórico podemos mencionar que son personas que tienden al perfeccionismo basándose en la racionalidad, el análisis y la objetividad, para ellos es indispensable la lógica de los sucesos para plantearse teorías y modelos. La pregunta que los identifica es el **¿qué?**

Por otro lado, personas con estilo de aprendizaje pragmático son aquellas que gustan de la práctica mas no de la teoría, gustan de la experimentación. Suelen ser inquietos, les gusta resolver problemas y por lo general muestran poco interés por el conocimiento que no ayudan a resolver sus problemas más inmediatos. La pregunta que los identifica con respecto al aprendizaje es el **¿qué pasaría si?**

Teniendo en cuenta las apreciaciones de las tablas y los resultados obtenidos durante la aplicación del test, la tendencia del grupo de estudiantes del grado décimo de la Institución Las Brisas es hacia un estilo de aprendizaje reflexivo, es decir que gustan de considerar las experiencias y analizarlas desde diferentes puntos de vista, recolectan datos y los examinan minuciosamente antes de emitir algún juicio, observan detalladamente y no intervienen hasta que tengan claro el problema. El modo en que se activa su estilo de aprendizaje es cuando se les cuestiona con un **¿por qué?** Según la valoración anterior, el hacer uso del software GeoGebra para el desarrollo de temáticas en la asignatura de matemáticas en gran parte ayudará a potenciar cualidades en el grupo de estudiantes, puesto que con él pueden experimentar y recolectar datos, analizar la información desde diferentes puntos de vista para sacar conclusiones acertadas, además de afianzar y dar claridad a diferentes conceptos.

4.2. Análisis Post - test

Con el desarrollo de la secuencia didáctica y con el objetivo de identificar las ventajas y desventajas de la misma, el paso a seguir fue la elaboración de un post - test en el cual se evidenciara si hubo o no, nuevos aprendizajes. Dicho test contó con un nivel de dificultad similar al test de ideas previas, el cuestionario estaba compuesto por 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta, en las cuales el mayor puntaje obtenido era de 0,50 puntos para las respuestas correctas y de 0,00 para las respuestas incorrectas, algunas de las preguntas estaban subdivididas en dos partes por lo que cada división obtendría un puntaje de 0,25 puntos.

Como en el caso del test de ideas previas, la nota final del post - test tendrá una valoración de 1

a 5 compuesta de una parte entera y dos decimales, acorde al sistema de evaluación y promoción adoptado en el P.E.I de la institución. Teniendo en cuenta las observaciones anteriores se procederá a analizar una a una las respuestas dadas por los estudiantes frente a la evaluación.

Análisis pregunta 1:

La pregunta 1 se encuentra subdividida en dos apartados, por lo que cada uno de ellos tendrá un valor de 0,25 puntos, la pregunta es de selección múltiple con única respuesta, los resultados obtenidos son los siguientes: De la tabla anterior se puede notar que ningún estudiante obtuvo cero

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	0	0,0
0,25	1	7,7
0,50	12	92,3

Tabla 4.15: Valoraciones pregunta 1 Post - test.

puntos, 1 estudiante obtuvo un puntaje de 0,25 acertando únicamente a un ítem, 12 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50 lo que indica que acertaron en los dos ítems que componen la pregunta obteniendo la calificación mayor. Estas valoraciones se muestran en los siguientes gráficos:

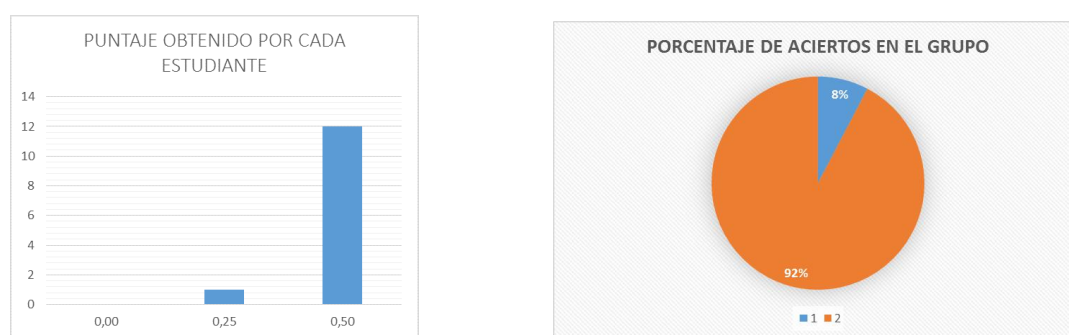


Figura 4.16: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 1 del Post - test

Según las gráficas doce estudiantes respondieron correctamente la primera pregunta, lo que representa el 92 % de los encuestados, el 8 % de los encuestados respondieron correctamente un ítem, lo que equivale a un estudiante. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran relacionar datos de tablas y dar respuesta a interrogantes usando información

específica que conduce a un modelo matemático.

Análisis pregunta 2:

La pregunta 1 se encuentra subdividida en dos apartados, por lo que cada uno de ellos tendrá un valor de 0,25 puntos, la pregunta es de selección múltiple con única respuesta, los resultados obtenidos son los siguientes: De la tabla anterior se puede notar que ningún estudiante obtuvo cero

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	0	0,0
0,25	1	7,7
0,50	12	92,3

Tabla 4.16: Valoraciones pregunta 2 Post - test.

puntos, 1 estudiante obtuvo un puntaje de 0,25 acertando únicamente a un ítem, 12 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50 lo que indica que acertaron en los dos ítems que componen la pregunta obteniendo la calificación mayor. Estas valoraciones se muestran en los siguientes gráficos:

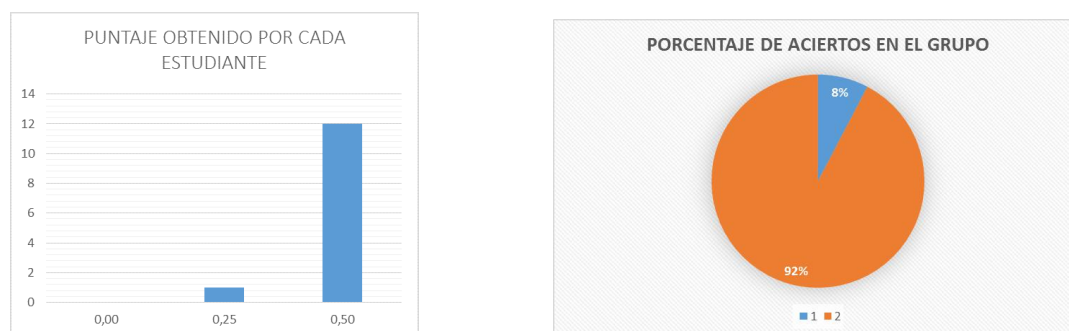


Figura 4.17: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 2 del Post - test

como el caso anterior, según las gráficas doce estudiantes respondieron correctamente la primera pregunta, lo que representa el 92 % de los encuestados, el 8 % de los encuestados respondieron correctamente un ítem, lo que equivale a un estudiante. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran dar respuesta a interrogantes usando información específica que conduce a un modelo matemático.

Análisis pregunta 3:

La pregunta 3 es de selección múltiple con única respuesta por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes: De la tabla anterior se puede notar que 3 estudiante

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	3	23,1
0,50	10	76,9

Tabla 4.17: Valoraciones pregunta 3 Post - test.

obtuvo cero puntos, 10 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50 lo que indica que contestaron correctamente la pregunta. Estas valoraciones se muestran en los siguientes gráficos:

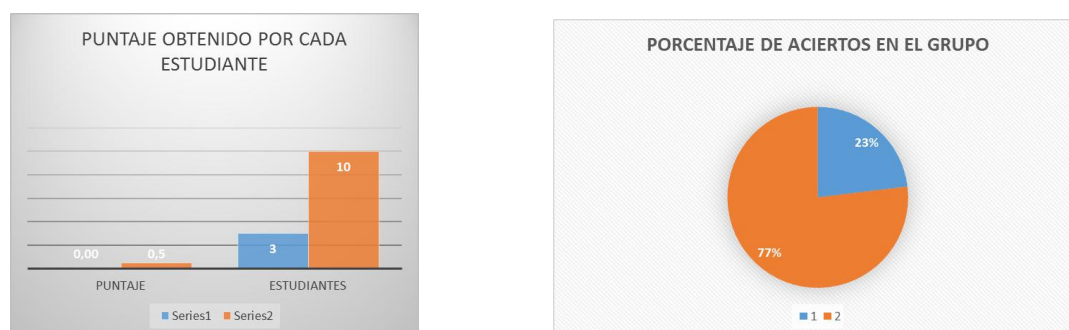


Figura 4.18: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 3 del Post - test

Según las gráficas diez estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que representa el 76,9 % de los encuestados, mientras que el 23,1 % de los encuestados, es decir, 3 estudiantes respondieron de forma incorrecta la pregunta. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran identificar la gráfica de una función constante derivada de cierta información específica.

Análisis pregunta 4:

La pregunta 4 se encuentra subdividida en dos apartados, por lo que cada uno de ellos tendrá un valor de 0,25 puntos, la pregunta es de selección múltiple con única respuesta, los resultados obtenidos son los siguientes: De la tabla anterior se puede notar que 1 estudiante obtuvo cero puntos, 1 estudiante obtuvo un puntaje de 0,25 acertando únicamente a un ítem, y 11 estudian-

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	1	7,7
0,25	1	7,7
0,50	11	84,6

Tabla 4.18: Valoraciones pregunta 4 Post - test.

tes obtuvieron un puntaje de 0,50 lo que indica que acertaron en los dos ítems que componen la pregunta obteniendo la calificación mayor. Estas valoraciones se muestran en los siguientes gráficos:



Figura 4.19: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 4 del Post - test

como el caso anterior, según las gráficas once estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que representa el 84,6 % de los encuestados, el 7,7 % de los encuestados respondieron correctamente un ítem (1 estudiante), al igual que 7,7 % (1 estudiante) no respondió de forma correcta. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran dar cuenta de información contenida en tablas para posteriormente ser relacionada con ecuaciones algebraicas.

Análisis pregunta 5:

La pregunta 5 es de selección múltiple con única respuesta por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes: Según la tabla anterior se puede notar que 5 estudiantes obtuvieron cero puntos, mientras que 8 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50 lo que indica que contestaron correctamente la pregunta. Las valoraciones anteriores se resumen en

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	5	38,5
0,50	8	61,5

Tabla 4.19: Valoraciones pregunta 5 Post - test.

los siguientes gráficos:

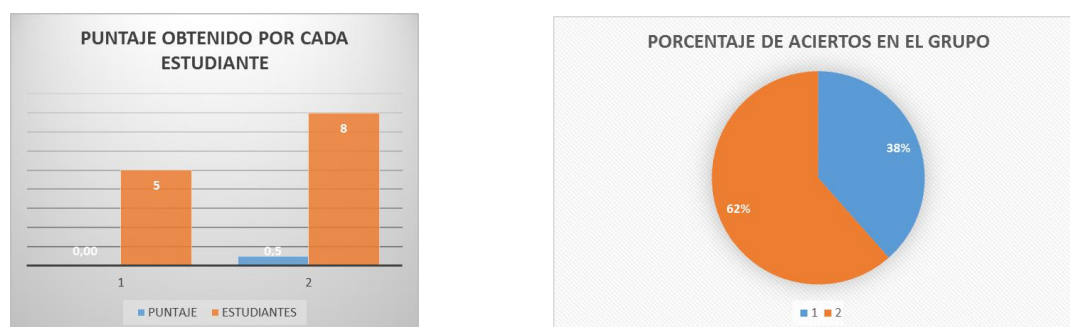


Figura 4.20: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 5 del Post - test

Según las gráficas ocho estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que representa el 61,5 % de los encuestados, mientras que el 38,5 % de los encuestados, es decir, 5 estudiantes respondieron de forma incorrecta la pregunta. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran relacionar ecuaciones y gráficas cuando se trata de una función lineal.

Análisis pregunta 6:

La pregunta 6 es de selección múltiple con única respuesta por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	0	0
0,50	13	100

Tabla 4.20: Valoraciones pregunta 6 Post - test.

Según la tabla anterior se puede notar que ningún estudiante obtuvo cero puntos, mientras que 13 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50. Las valoraciones anteriores se resumen en los siguientes gráficos:



Figura 4.21: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 6 del Post - test

Según las gráficas, la totalidad de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que se ve reflejado en 100 % de los encuestados. Con relación a la pregunta podemos inferir que la mayoría de estudiantes logran relacionar ecuaciones y gráficas cuando se trata de una función cuadrática.

Análisis pregunta 7:

La pregunta 7 es de selección múltiple con única respuesta por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes: Según la tabla anterior se puede notar que un

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	1	7,7
0,50	12	92,3

Tabla 4.21: Valoraciones pregunta 7 Post - test.

estudiante obtuvo 0,00 puntos, mientras que 12 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50. Las valoraciones anteriores se resumen en los siguientes gráficos:



Figura 4.22: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 7 del Post - test

Según las gráficas, la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que se ve reflejado en un 92,3 % de los encuestados, mientras que el 7,7 % lo hizo de forma incorrecta. Con relación a la pregunta se puede notar que la mayoría de estudiantes logran relacionar gráficas con su respectiva ecuación cuando se trata de una función cuadrática.

Análisis pregunta 8:

La pregunta 8 es de selección múltiple con única respuesta por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	2	15,4
0,50	11	84,6

Tabla 4.22: Valoraciones pregunta 8 Post - test.

Según la tabla anterior se puede notar que dos estudiantes obtuvieron 0,00 puntos, mientras que 11 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50. Las valoraciones anteriores se resumen en los siguientes gráficos:



Figura 4.23: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 8 del Post - test

Según las gráficas, la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que se ve reflejado en un 84,6 % de los encuestados, mientras que el 15,4 % lo hizo de forma incorrecta. Con relación a la pregunta se puede notar que la mayoría de estudiantes logran relacionar información obtenida de una situación cotidiana y representarla mediante un modelo matemático para posteriormente ser traducida a una ecuación algebraica.

Análisis pregunta 9:

La pregunta 9 guarda relación con la pregunta 8 y como en los casos anteriores es de selección múltiple con única respuesta, por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes: Según la tabla anterior se puede notar que 8 estudiantes obtuvieron 0,00 puntos,

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	8	61,5
0,50	5	38,5

Tabla 4.23: Valoraciones pregunta 9 Post - test.

mientras que 5 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50. Las valoraciones anteriores se resumen en los siguientes gráficos:

Según las gráficas, la mayoría de los estudiantes no respondieron correctamente la pregunta, lo



Figura 4.24: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 9 del Post - test

que se ve reflejado en un 61,5 % de los encuestados, mientras que el 38,5 % lo hizo de forma correcta. Con relación a la pregunta se puede notar que a la mayoría de estudiantes se les dificulta identificar información contenida en una tabla de datos los cuales son obtenidos de una situación cotidiana

Análisis pregunta 10:

La pregunta 10 es de selección múltiple con única respuesta, por lo que los posibles puntajes son 0,00 en caso de ser incorrecta la respuesta y de 0,50 en caso de ser acertada, los resultados obtenidos por los estudiantes son los siguientes:

Puntaje	Estudiante	porcentaje
0,00	4	30,8
0,50	9	69,2

Tabla 4.24: Valoraciones pregunta 10 Post - test.

Según la tabla anterior se puede notar que 4 estudiantes obtuvieron 0,00 puntos, mientras que 9 estudiantes obtuvieron un puntaje de 0,50.

Según las gráficas de la parte inferior, la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, lo que se ve reflejado en un 69,2 % de los encuestados, mientras que el 30,8 % lo hizo de forma incorrecta. Con relación a la pregunta se puede notar que a la mayoría de estudiantes se les facilita aplicar definiciones relacionadas a funciones cuadráticas.

Ahora bien, si recopilamos la información obtenida en conjunto por toda la muestra objeto del estudio tendremos los siguientes datos:

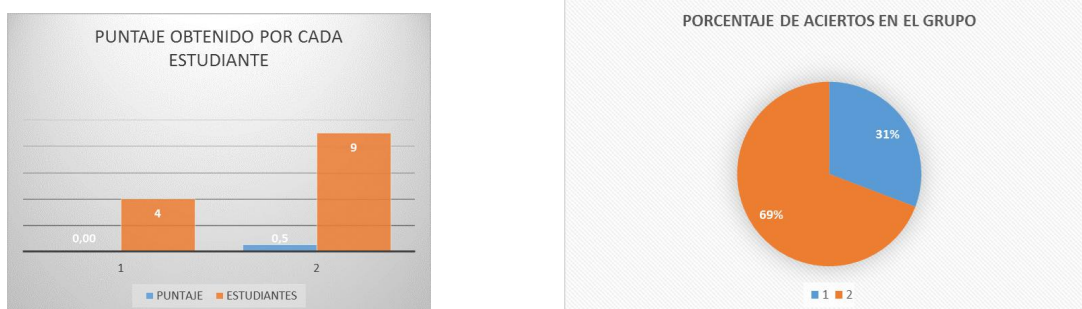


Figura 4.25: Puntaje y porcentaje obtenido en la pregunta 10 del Post - test

ESTUDIANTE	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	NOTA
ALCY GÓMEZ	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,50	0,50	4,00
ANGIE RUIZ	0,50	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	4,00
TATIANA PÉREZ	0,50	0,50	0,50	0,25	0,50	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	3,25
CAMILO BENITEZ	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	4,50
ALEXANDER ZÚNIGA	0,25	0,50	0,00	0,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,00	2,75
FRANCISCO MORA	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	4,50
FERNANDO ESTUPIÑAN	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	4,50
KAREN NÁÑEZ	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	0,50	0,00	0,50	0,50	4,00
NATALIA HOYOS	0,50	0,25	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	4,75
SARA ADRADA	0,50	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	4,00
YEIMY MAMBUSCAY	0,50	0,25	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,00	4,00
YONIER URIBE	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	4,50
AMPARO GÓMEZ	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,50	0,50	0,50	0,00	0,00	3,50
PROMEDIO POR PREGUNTA	0,48	0,48	0,38	0,44	0,31	0,50	0,46	0,42	0,19	0,35	4,02

Tabla 4.25: Valoraciones Post - test.

Si observamos los resultados obtenidos por cada estudiante en el test de ideas previas, cuyo registro se encuentra en la tabla 4.12 y comparamos con la tabla 4.25, los resultados obtenidos después de aplicar el post - test se puede notar que con ayuda de la secuencia didáctica mediada con applets elaborados con el software GeoGebra mediante el estudio de situaciones de ocurrencia cotidiana para los estudiantes y en los cuales se abordaban las temáticas de difícil asimilación, se identifica una mejoría significativa en la apropiación de los conceptos de la función lineal y cuadrática.

En este orden de ideas, podemos notar que académicamente se presenta un incremento en los resultados obtenidos entre una prueba y otra, se pasa de una nota promedio de 2,75 en el grupo de estudiantes a una nota promedio de 4,02. Por otro lado, la cantidad de estudiantes que aprueban la evaluación se incrementa, después de la prueba inicial en la cual el número de estudiantes con rendimiento no satisfactorio era de 6, se disminuye hasta alcanzar un total de 1 estudiante con

rendimiento bajo en el post - test, además la gran mayoría de las notas obtenidas alcanzan un nivel alto llegando a un tope de 4,75 mayor que la nota más alta obtenida en el test inicial y la cual era de 3,56.

Los resultados del post - test los podemos reunir en las siguientes gráficas:

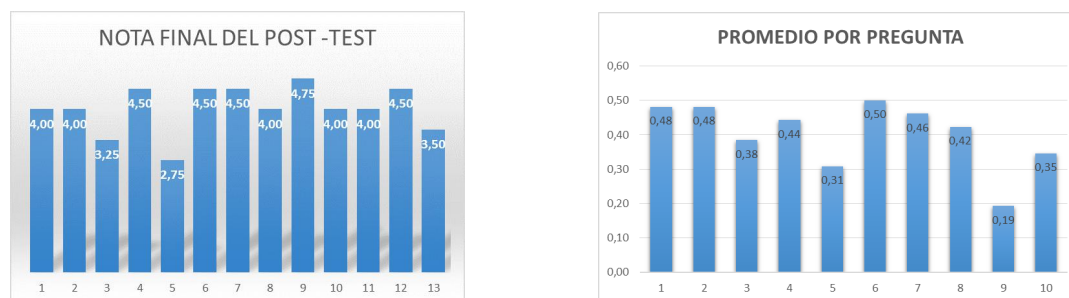


Figura 4.26: Nota final del post - test y promedios por pregunta

En este caso, notamos que el uso del software GeoGebra y el estudio de situaciones cotidianas permiten una mejor asimilación de conceptos de difícil comprensión para los estudiantes, como funciones lineales y cuadráticas, y en conclusión podemos notar que es mayor la cantidad de estudiantes que aprueban con este tipo de herramientas interactivas.



Figura 4.27: Porcentaje de estudiantes que aprobaron y reprobaron el post - test

Finalmente, y con el objetivo de medir el nivel de aceptación de los estudiantes frente a la propuesta desarrollada, se implementó un test de Likert de forma virtual con la ayuda de un formulario de google y al cual podían acceder mediante el enlace electrónico <https://goo.gl/>

forms/CXMZh5VMU8fNuC7S2 para plasmar sus respectivas valoraciones de forma anónima. Dicho test está compuesto por 13 preguntas y serán valoradas a continuación una a una.

PREGUNTA 1: ¿NO se me dificulta resolver problemas originados de situaciones cotidianas que conducen a modelos matemáticos?

En respuesta a la pregunta 1, 6 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 46,2 % de los encuestados, 4 estudiantes afirman que están de acuerdo (30,8 % de la población), 2 estudiantes están totalmente en desacuerdo (15,4 % de la población) y 1 estudiante afirma estar totalmente de acuerdo (7,7 % de la población). En términos generales a la mayoría de estudiantes no se le dificulta resolver problemas originados de situaciones cotidianas.



Figura 4.28: Test de Likert, pregunta 1

PREGUNTA 2: ¿Crees que es más fácil aprender con una herramienta digital que con una clase magistral?

En respuesta a la pregunta 2, 3 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 23,1 % de los encuestados, 4 estudiantes afirman que están de acuerdo (30,8 % de la población), 4 estudiantes están totalmente de acuerdo (30,8 % de la población), 1 estudiante afirma estar totalmente en desacuerdo (7,7 % de la población) y 1 estudiante se encuentra en desacuerdo (7,7 % de la población). En términos generales a la mayoría de estudiantes les parece factible aprender con herramientas interactivas y no tanto de forma magistral.



Figura 4.29: Test de Likert, pregunta 2

PREGUNTA 3: ¿Con el software GeoGebra se identifica más claramente la relación entre tablas, gráficas y ecuaciones algebraicas?

En respuesta a la pregunta 3, 3 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 23,1 % de los encuestados, 7 estudiantes afirman que están de acuerdo (53,8 % de la población), 3 estudiantes están totalmente de acuerdo (23,1 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes creen que el software GeoGebra permite visualizar más fácilmente la conexión entre tablas, gráficas y ecuaciones.



Figura 4.30: Test de Likert, pregunta 3

PREGUNTA 4: ¿Crees que actividades de aprendizaje guiadas por computador NO deben ser implementadas en el área de matemáticas?

En respuesta a la pregunta 4, 3 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 23,1 % de los encuestados, 7 estudiantes afirman que están totalmente en desacuerdo (53,8 % de la población), 2 estudiantes están en desacuerdo (15,4 %

de la población) y 1 estudiante afirma estar totalmente de acuerdo (7,7 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes creen que las actividades de aprendizaje guiada por computador deben ser implementadas en el área de matemáticas.



Figura 4.31: Test de Likert, pregunta 4

PREGUNTA 5: ¿Las herramientas interactivas como los applets de GeoGebra son claras y visualmente atractivas?

En respuesta a la pregunta 5, 2 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 15,4 % de los encuestados, 8 estudiantes afirman que están de acuerdo (61,5 % de la población) y 3 estudiantes afirman estar totalmente de acuerdo (23,1 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes creen que los applets de GeoGebra desarrollados en la secuencia didáctica son atractivos y brindan claridad sobre los temas de estudio



Figura 4.32: Test de Likert, pregunta 5

PREGUNTA 6: ¿Estoy totalmente satisfecho con la ayuda que me brindó la secuencia didáctica y el software GeoGebra?

En respuesta a la pregunta 6, 2 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 15,4 % de los encuestados, 7 estudiantes afirman que están de acuerdo (53,8 % de la población) y 4 estudiantes afirman estar totalmente de acuerdo (30,8 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes están satisfechos con la ayuda que les brindó el software GeoGebra y la secuencia didáctica.



Figura 4.33: Test de Likert, pregunta 6

PREGUNTA 7: ¿Las actividades y ejercicios propuestos en la secuencia didáctica NO son interesantes?

En respuesta a la pregunta 7, 5 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 38,5 % de los encuestados, 6 estudiantes afirman que están en desacuerdo (46,2 % de la población), 1 estudiante afirma estar totalmente en desacuerdo (7,7 %

de la población) y 1 estudiante afirma estar de acuerdo (7,7 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes creen que las actividades y ejercicios de la secuencia didáctica son interesantes.



Figura 4.34: Test de Likert, pregunta 7

PREGUNTA 8: ¿Las actividades de GeoGebra propuestas por el docente son adecuadas para mejorar mi aprendizaje?

En respuesta a la pregunta 8, 6 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 46,2 % de los encuestados, 6 estudiantes afirman que están de acuerdo (46,2 % de la población), 1 estudiante afirma estar totalmente de acuerdo (7,7 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes creen que las actividades propuestas por el docente son adecuadas para mejorar el aprendizaje.



Figura 4.35: Test de Likert, pregunta 8

PREGUNTA 9: ¿Me molesta desarrollar demasiados problemas en los que intervienen

funciones lineales y cuadráticas?

En respuesta a la pregunta 9, 7 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 53,8 % de los encuestados, 3 estudiantes afirman que están de acuerdo (23,1 % de la población), 1 estudiante afirma estar totalmente de acuerdo (7,7 % de la población) y 2 estudiantes se encuentran en desacuerdo (15,4 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes se muestran ante la cantidad de ejercicios y problemas que se les asignen para desarrollar en la temática.



Figura 4.36: Test de Likert, pregunta 9

PREGUNTA 10: ¿La secuencia didáctica le resultó fácil de utilizar?

En respuesta a la pregunta 10, 7 estudiantes respondieron que en gran medida les resultó fácil utilizar la secuencia didáctica, lo cual se refleja en el 53,8 % de los encuestados, 5 estudiantes opinan que moderadamente (38,5 %) y 1 estudiante responde poco (7,7 %). En términos generales la mayoría de estudiantes opinan que fue de fácil uso la secuencia didáctica.

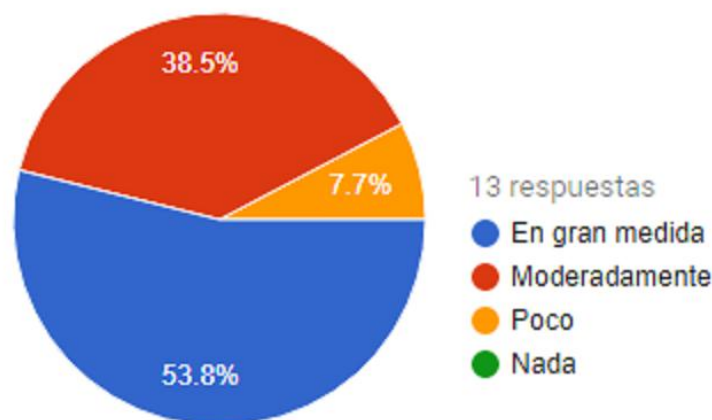


Figura 4.37: Test de Likert, pregunta 10

PREGUNTA 11: ¿Las orientaciones ofrecidas por el docente para resolver las actividades fueron de ayuda?

En respuesta a la pregunta 11, 7 estudiantes respondieron que de forma moderada las orientaciones del docente le fueron de ayuda, lo cual se refleja en el 53,8 % de los encuestados, 5 estudiantes opinan que en gran medida (38,5 %) y 1 estudiante responde que fue poco (7,7 %). En términos generales la mayoría de estudiantes opinan que moderadamente las orientaciones del docente le fueron de ayuda para resolver las actividades.

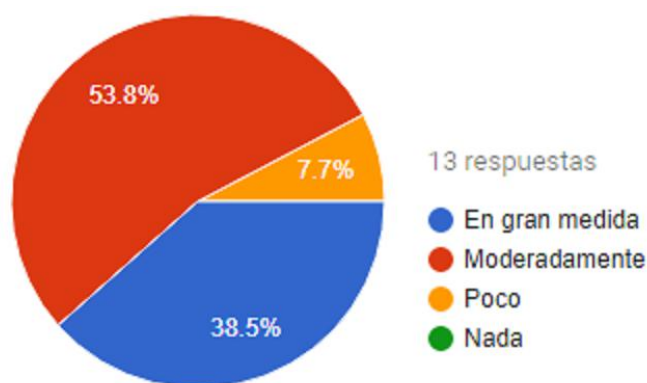


Figura 4.38: Test de Likert, pregunta 11

PREGUNTA 12: ¿Consideras que el software GeoGebra permite comprender conceptos de matemáticas más fácilmente?

En respuesta a la pregunta 12, 3 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en

desacuerdo, lo cual se refleja en el 23,1 % de los encuestados, 7 estudiantes afirman que están de acuerdo (53,8 % de la población) y 3 estudiantes afirman estar totalmente de acuerdo (23,1 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes coinciden en que el software GeoGebra permite comprender mejor los conceptos en matemáticas.



Figura 4.39: Test de Likert, pregunta 12

PREGUNTA 13: ¿Las actividades desarrolladas en la secuencia didáctica NO ayudan en la comprensión de funciones lineales y cuadráticas?

En respuesta a la pregunta 13, 3 estudiantes respondieron que no se encuentran de acuerdo ni en desacuerdo, lo cual se refleja en el 23,1 % de los encuestados, 8 estudiantes afirman que están en desacuerdo (61,5 % de la población) y 2 estudiantes afirman estar totalmente en desacuerdo (15,4 % de la población). En términos generales la mayoría de estudiantes coinciden en que la mayoría de actividades propuestas en la secuencia didáctica si ayudan a la comprensión de funciones lineales y cuadráticas.



Figura 4.40: Test de Likert, pregunta 13

CAPÍTULO 5

Conclusiones y Recomendaciones

A manera de conclusiones podemos resaltar los siguientes aspectos:

- Se lograron aprendizajes significativos y una apropiación correcta de los conceptos de función lineal y cuadrática al hacer uso de situaciones del diario vivir, las cuales fueron modeladas y representadas con el software GeoGebra, generando una mejor aceptación por parte del estudiantado sobre todo cuando se realizan dichas actividades con apoyo de herramientas TIC. Tal situación se refleja al alcanzar un nivel alto con respecto a las notas en promedio, pasando de 2.75 (bajo) a 4.02 (alto), lo cual es un avance del 38 % con respecto al estudio inicial en el cual se utilizó una metodología tradicional.
- Se incorporó de manera efectiva el software GeoGebra en un 80 % a los contenidos curriculares relacionados con funciones lineales y cuadráticas, lo cual se hace evidente al pasar de un 54 % de estudiantes que ganan (aprueban el logro propuesto para la temática) a un 92 %, disminuyendo de manera sustancial la cantidad de estudiantes que pierden (reprueban el logro propuesto para la temática) al pasar de un 46 % a un 8 %.

- Se establecieron alrededor de 30 actividades con diferente nivel de complejidad, entre las cuales el 60 % comprendía recolectar datos relacionados con situaciones cotidianas por parte de cada estudiante, mientras el 40 % restante tradujeron a actividades prácticas de afianzamiento. En esta instancia el software GeoGebra fue relevante ya que mediante el uso de su herramienta ¿hoja de cálculo? se logró en un 95 % traducir dichas situaciones o fenómenos a modelos matemáticos mediante regresiones lineales o cuadráticas.
- Se elaboró una secuencia didáctica interactiva con ayuda del software libre ExE Learning siguiendo los estándares básicos en matemáticas propuestos por el MEN, la cual en un 75 % se componía de applets de GeoGebra y el 25 % restante era un compendio de teoría y actividades. Atendiendo a los resultados obtenidos en el test de apreciación, con la ayuda de la secuencia se evidenció que en un 77 % los estudiantes percibieron y asimilaron mejor la temática relacionada a las funciones lineal y cuadrática, logrando de manera efectiva la identificación e interpretación de los conceptos que se deseaban enseñar.
- La propuesta didáctica contribuye en la estructuración y fundamentación del pensamiento matemático de los estudiantes al permitirles interactuar con una herramienta virtual que ofrece una visión totalmente diferente al de una clase tradicional y en la cual los objetos matemáticos pueden ser analizados desde las diferentes perspectivas como tablas, ecuación algebraica y gráficos.
- Se profundizó en la enseñanza de temáticas de difícil asimilación para los estudiantes con la ayuda del software GeoGebra, creando bases de un conocimiento más lógico que estimula la participación y afianza los aprendizajes.
- Se crearon mecanismos de enseñanza-aprendizaje mediante la elaboración de actividades tomadas de situaciones auténticas de la región o en su defecto de la institución educativa, logrando la implementación de una metodología totalmente diferente a la educación tradicional y de mejor accesibilidad para los estudiantes.

- Se observó un progreso positivo en cuanto a la forma como los estudiantes lograron percibir los conceptos de función lineal y cuadrática mediante la manipulación de applets de GeoGebra, logrando de manera eficaz interpretar fenómenos de la cotidianidad.
- El trabajo se encaminó a que los estudiantes vivenciaran cada actividad realizada, cada análisis y discusión de las características propias del contexto, promoviendo la reflexión y el debate sobre la propia realidad de la zona rural, convirtiéndose así en un punto de partida para acciones futuras.
- El uso de software como ExE Learning y GeoGebra combinados dinamizan las clases ayudando a una apropiación de conceptos de forma clara y precisa, al igual que su llamativa visualización ofrece mayor aceptación entre los estudiantes.

RECOMENDACIONES:

- Estudiar, analizar e implementar otro software o herramientas TIC para el estudio de las matemáticas, de tal manera que tanto docente como estudiante construyan conocimiento en forma reflexiva y se aleje paulatinamente del modelo pedagógico tradicional.
- Identificar y proponer actividades con el software GeoGebra en las cuales el estudiante sea el encargado de construir secuencialmente un applet de tal manera que sea el quien genere su propio conocimiento.
- Implementar actividades y/o herramientas digitales en las cuales se enseñen diferentes concepciones de las matemáticas de manera conjunta o transversal con otras áreas del conocimiento en los diferentes grados y en las que se dé una participación activa de la comunidad educativa.
- Extender el proceso metodológico aplicado en el presente trabajo a las diferentes asignaturas de una forma transversal en la cual se involucren prácticas desde la primaria hasta básica secundaria y media, con la finalidad de seguir el proceso.

- Incentivar aún más la participación de las personas implicadas, cada una desde el rol que juega en la comunidad, asumiendo una realidad y un contexto particular.
- Dinamizar más procesos relacionados con la búsqueda de metodologías idóneas o apropiadas para la enseñanza de las matemáticas en la escuela. Puesto que son escasas las inventivas dirigidas a la población escolar en los que se invite a trabajar sobre este aspecto.
- Se recomienda capacitar a la mayoría de docentes de la institución desde los niveles de primaria en el manejo del software GeoGebra para que se afiancen conceptos en los niños y no se conduzca a huecos o falencias en el nivel de secundaria.
- Enfatizar en los estudiantes el uso de nuevas tecnologías sin dejar de lado la practica con lápiz y papel de manera que se facilite el transito entre las diferentes metodologías.
- Implementar secuencias didácticas en diferentes grados en los cuales las temáticas que se van a aprender puedan presentar interlocución con grupos de estudiantes de la región o de la ciudad mediante otras plataformas o redes sociales en su defecto.

Anexos

ANEXO A

Anexo: Test de ideas previas



MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES



Querido estudiante de la Institución Educativa Las Brisas: como tesista de Posgrado de la Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales, le solicito responder la siguiente encuesta de la manera más honesta posible.

En el siguiente test encontraras preguntas de diversos tipos, en lo posible justifica tus respuestas.

1. Durante una cosecha cafetera, una persona que desea aprender el arte de recolectar café presento los siguientes datos según el número de libras recolectadas teniendo en cuenta el número de días de cosecha. En la siguiente tabla se presenta dicha información:

Días (Cantidad)	1	2	5	7	9	
Cantidad (Libras)	1,5	3	7,5	13,5	18	

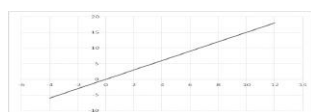
¿Cuántas libras de café recolecto la persona en 7 días?

- a) 14,5 b) 6,5 c) 10,5 d) 11

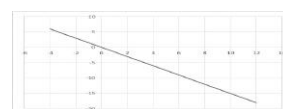
¿Cuántos días gasto para recolectar 18 libras de café?

- a) 7 b) 12 c) 15 d) 19

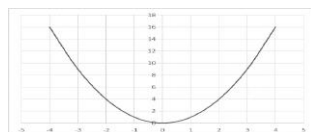
¿Cuál gráfica crees tú representa la situación anterior?



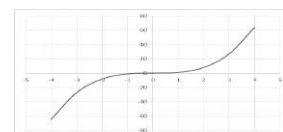
a)



b)

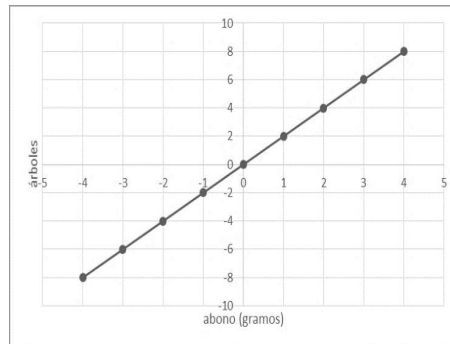


c)



d)

2. Después de realizar un estudio acerca de la cantidad de abono en gramos necesario para determinada cantidad de árboles de limón, se logró identificar la siguiente gráfica:

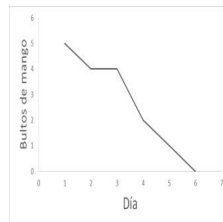


¿De las siguientes opciones cuál crees tú que es la ecuación que mejor representa la situación dada?

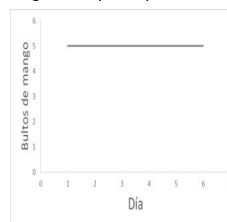
- a) $y = 3x + 1$
 - b) $y = 2x$
 - c) $y = -2x + 4$
 - d) $y = -x - 5$
3. Durante la cosecha semestral de mango, el propietario de la hacienda notó que uno de sus trabajadores recolectaba 5 bultos de mango por día. El hacendado decidió recolectar dicha información en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6
Bultos (mango)	5	5	5	5	5	5

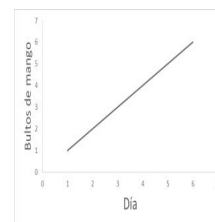
Asocia la tabla anterior con la gráfica que represente dichos datos:



a)



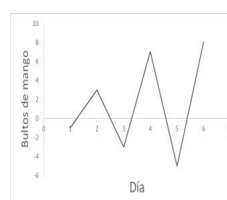
b)



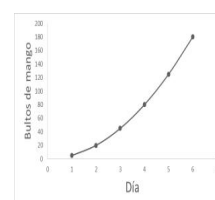
c)



d)



e)



f)

4. Una persona que se dedica al expendio de gasolina por galones, decide consignar en una tabla las ganancias que obtiene por sus ventas, los datos que recolecta son los siguientes:

Galones (C)	0	1	2	3	4	5	6
Ganancia (P)	\$ 40	\$ 190	\$ 340	\$ 490	\$ 640	\$ 790	\$ 940

Según la tabla anterior:

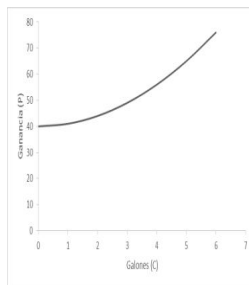
¿De las siguientes ecuaciones cual representa mejor los datos de la tabla?

- a) $P = C + 40$
- b) $P = 40C + 150$
- c) $P = 120C + 70$
- d) $P = 150C + 40$

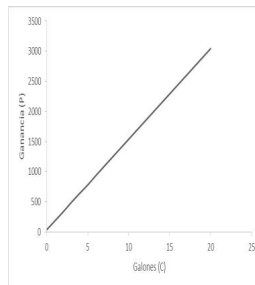
Después de vender 20 galones cual será la ganancia esperada:

- a) \$ 2340
- b) \$ 1790
- c) \$ 3040
- d) \$ 3190

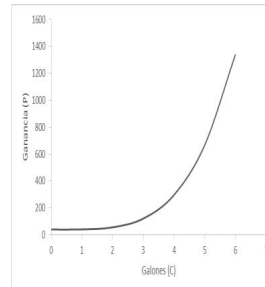
La gráfica que representa mejor los datos es:



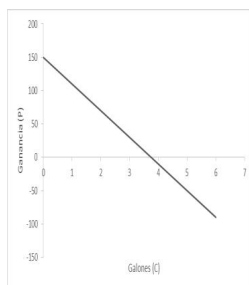
a)



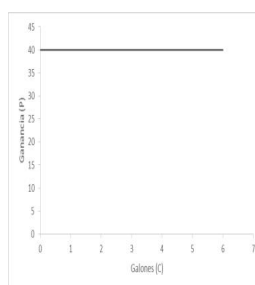
b)



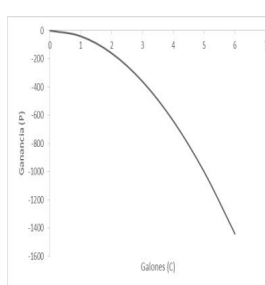
c)



d)

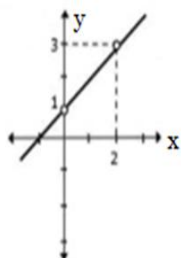


e)

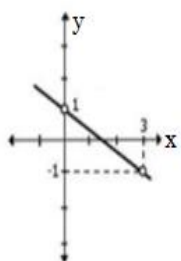


f)

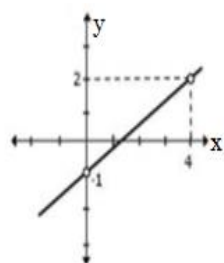
5. Asocia cada ecuación con su gráfica correspondiente:



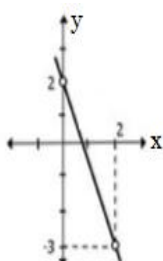
$$y = x + 1$$



$$y = -\frac{5}{2}x + 2$$

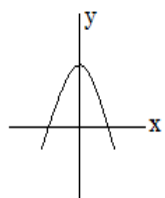


$$y = \frac{3}{4}x - 1$$

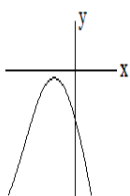


$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

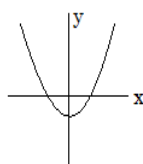
6. ¿Cuál de los siguientes gráficos crees que representa mejor la función $x^2 - 2$?



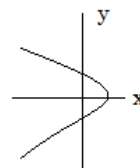
a)



b)

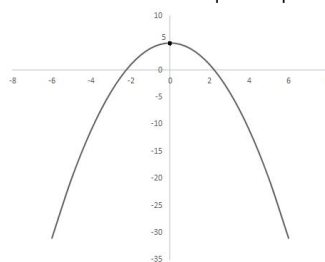


c)



d)

7. Dada la siguiente gráfica, asocia con la ecuación que la representa.

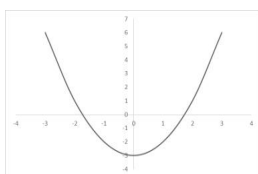


- a) $y = -x^2 + 5$
- b) $y = x^2 - 5$
- c) $y = -x^2 - 5$
- d) $y = x^2 + 5$

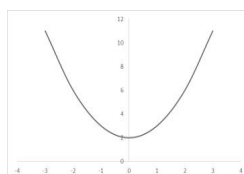
8. Se desea poner pisos de cerámica en un salón de forma rectangular y para ello se hace necesario conocer el área del aula, si las longitudes del salón son $3x$ metros de largo y de ancho $2x$ metros, entonces el área del salón es:

- a) $5x$
- b) $6x$
- c) $5x^2$
- d) $6x^2$

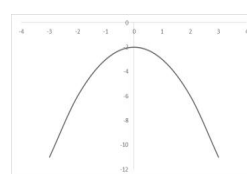
9. Teniendo en cuenta la información dada en el punto 8, la gráfica que representa el área del salón es:



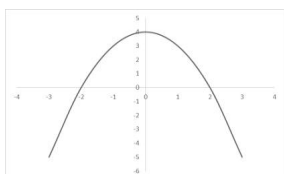
a)



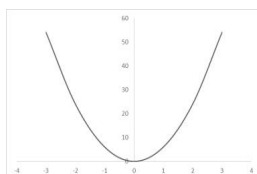
b)



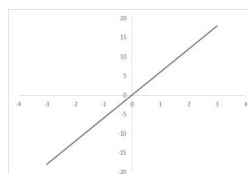
c)



d)



e)



f)

10. Si se quisiese recopilar la información de las preguntas 8 y 9 en una tabla, la que mejor recoge los datos sería:

x	y
-3	54
-2	24
-1	6
0	0
1	6
2	24
3	54

a)

x	y
-3	-18
-2	-12
-1	-6
0	0
1	6
2	12
3	18

b)

x	y
-3	-12
-2	-6
-1	0
0	6
1	12
2	18
3	24

c)

x	y
-3	-2
-2	-2
-1	-2
0	-2
1	-2
2	-2
3	-2

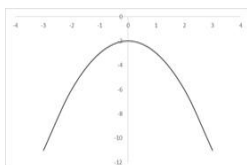
d)

11. El discriminante de una función cuadrática se define como $\Delta = b^2 - 4ac$, donde los términos a, b, c son los coeficientes de la ecuación $y = ax^2 + bx + c$.

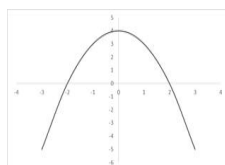
Se sabe que:

- Si $\Delta > 0$ la gráfica de la función tiene dos puntos de corte con el eje x.
- Si $\Delta = 0$ la gráfica de la función tiene un punto de corte con el eje x.
- Si $\Delta < 0$ la gráfica de la función no corta el eje x.

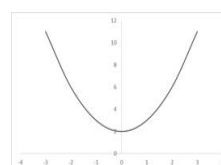
Teniendo en cuenta la información anterior, cuál de las siguientes graficas tiene discriminante $\Delta = 0$



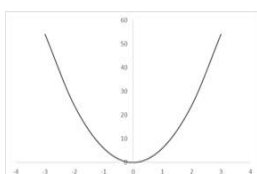
a)



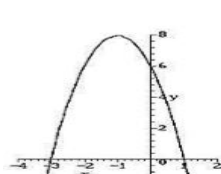
b)



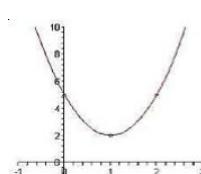
c)



d)



e)



f)

Agradezco por tu tiempo y el esfuerzo que puedas dedicar a la solución del presente test.

ANEXO B

Anexo: Test CHAEA



MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES



Querido estudiante de la Institución Educativa Las Brisas: como tesista de Posgrado de la Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales, le solicito el favor de responder el siguiente cuestionario de la manera más honesta posible.

CUESTIONARIO HONEY-ALONSO DE ESTILOS DE APRENDIZAJE

Instrucciones:

- Este cuestionario ha sido diseñado para identificar su estilo preferido de aprendizaje. No es un test de inteligencia , ni de personalidad
- No hay límite de tiempo para contestar al cuestionario. No le ocupará más de 15 minutos.
- No hay respuestas correctas o erróneas. Será útil en la medida que sea sincero/a en sus respuestas.
- Si está más de acuerdo que en desacuerdo con el ítem seleccione 'Más (+)'. Si, por el contrario, está más en desacuerdo que de acuerdo, seleccione 'Menos (-)'.
- Por favor conteste a todos los ítems.

Gracias.

1	La gente que me conoce opina de mí que digo las cosas tal y como las pienso	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
2	Distingo claramente lo bueno de lo malo, lo que está bien y lo que está mal	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
3	Muchas veces actúo sin mirar las consecuencias	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
4	Me interesa saber cómo piensan los demás y por qué motivos actúan	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
5	Valoro mucho cuando me hacen un regalo que sea de gran utilidad	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
6	Procuro enterarme de lo que ocurre en donde estoy	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
7	Disfruto si tengo tiempo para preparar mi trabajo y hacerlo lo mejor posible	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
8	Me gusta seguir un orden, en las comidas, en los estudios y hacer ejercicio físico con regularidad.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
9	Prefiero las ideas originales y novedosas aunque no sean muy prácticas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
10	Acepto y me ajusto a las normas sólo si sirven para lograr lo que me gusta.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
11	Escucho más que hablo.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
12	En mi cuarto tengo generalmente las cosas ordenadas, pues no soporto el desorden.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
13	Antes de hacer algo estudio con cuidado sus ventajas e inconvenientes.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
14	En las actividades escolares pongo más interés cuando hago algo nuevo y diferente.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
15	En una discusión me gusta decir claramente lo que pienso.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
16	Si juego, dejo los sentimientos por mis amigos a un lado, pues en el juego es importante ganar.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
17	Me siento a gusto con las personas espontáneas y divertidas aunque a veces me den problemas	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
18	Expreso abiertamente como me siento.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
19	En las reuniones y fiestas suelo ser el más divertido.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
20	Me gusta analizar y dar vueltas a las cosas para lograr su solución.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
21	Prefiero las ideas que sirven para algo ay que se puedan realizar a soñar o fantasear.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
22	Tengo cuidado y pienso las cosas antes de sacar conclusiones	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -

23	Intento hacer las cosas para que me queden perfectas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
24	Prefiero oír las opiniones de los demás antes de exponer la mía.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
25	En las discusiones me gusta observar cómo actúan los demás participantes.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
26	Me disgusta estar con personas calladas y que piensan mucho todas las cosas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
27	Me agobia si me obligan a acelerar mucho el trabajo para cumplir un plazo.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
28	Doy ideas nuevas y espontáneas en los trabajos en grupo.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
29	La mayoría de las veces creo que es preciso saltarse las normas más que cumplirlas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
30	Cuando estoy con mis amigos hablo más que escucho.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
31	Creo que, siempre, deben hacerse las cosas con lógica y de forma razonada.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
32	Me ponen nervioso/a aquellos que dicen cosas poco importantes o sin sentido.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
33	Me gusta comprobar que las cosas funcionan realmente.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
34	Rechazo las ideas originales y espontáneas si veo que no sirven para algo práctico.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
35	Con frecuencia pienso en las consecuencias de mis actos para prever el futuro.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
36	En muchas ocasiones, si se desea algo, no importa lo que se haga para conseguirlo.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
37	Me molestan los compañeros y personas que hacen las cosas a lo loco.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
38	Suelo reflexionar sobre los asuntos y problemas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
39	Con frecuencia soy una de las personas que más animan las fiestas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
40	Los que me conocen suelen pensar que soy poco sensible a sus sentimientos.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
41	Me cuesta mucho planificar mis tareas y preparar con tiempo mis exámenes.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
42	Cuando trabajo en grupo me interesa saber lo que opinan los demás.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
43	Me molesta que la gente no se tome las cosas en serio.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -
44	A menudo me doy cuenta de otras formas mejores de hacer las cosas.	<input type="radio"/> +	<input type="radio"/> -

NOMBRE:

GRADO:

Escribe si tienes alguna apreciación acerca del test:

ANEXO C

Anexo: Post - test

POST - TEST FUNCIÓN LINEAL Y CUADRÁTICA

Querido estudiante de la Institución Educativa Las Brisas: como tesista de Posgrado de la Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales, te solicito responder el siguiente test de la manera más honesta posible.
A continuación encontraras preguntas de diferentes tipos, responde la que creas es la acertada.

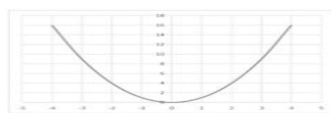
1. Durante una cosecha cafetera, una persona que desea aprender el arte de recolectar café presento los siguientes datos según el número de libras recolectadas teniendo en cuenta el número de días de cosecha. De acuerdo a la tabla responde las siguientes preguntas:

Días (Cantidad)	1	2	5	7	9	
Cantidad (Libras)	4	8	20		36	80

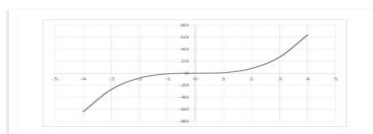
¿Cuántos días gasto para recolectar 80 libras de café?

- ☐ 10
 ☐ 20
 ☐ 30
 ☐ 40

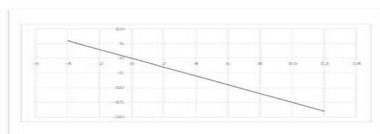
¿Cuál gráfica crees tú representa la situación anterior?



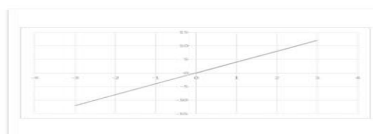
☒ Opción 1



☐ Opción 2



☐ Opción 3



☐ Opción 4

2. Dadas las altas temperaturas causadas por el cambio climático, el caudal del río Patía disminuyó en su cauce, lo que generó tomar la decisión de implementar racionamiento en el fluido eléctrico por parte de la compañía energética de occidente. Para solventar este problema las personas del corregimiento Las Brisas recurrieron a la compra de velas de cera para iluminar sus casas durante los racionamientos, Javier nota que por cada minuto de tiempo transcurrido la vela disminuye en su tamaño 3 milímetros.

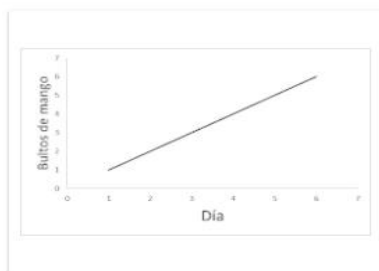
Si se mide una vela y tiene un tamaño de 10 cm ¿Cuánto tiempo transcurrió hasta llegar a ese tamaño?

- ☐ 1 hora y 6,66 minutos ☐ 1 hora
☐ 1 hora y 15 minutos ☐ 1 hora y 23 minutos

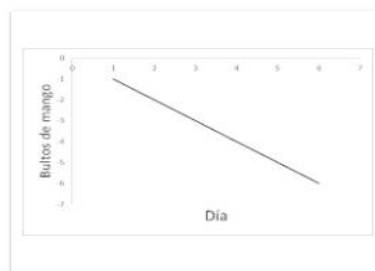
Si las velas tienen una longitud de 30 centímetros ¿Cuál es la longitud de la vela transcurridos 5 minutos?

- ☐ 25,5 cm ☐ 28,5 cm
☐ 29,5 cm ☐ 18,5 cm

3. Durante la cosecha semestral de mango, el propietario de una hacienda notó que uno de sus trabajadores recolectaba 5 bultos de mango por día. Según la información anterior la gráfica que mejor representa la situación es:



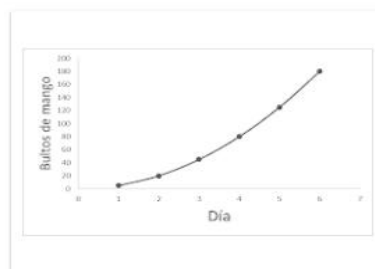
☐ Opción 1



☐ Opción 2



☐ Opción 3



☐ Opción 4

4. La empresa energética de occidente encargada del cobro por concepto de fluido eléctrico en el municipio de Patía tiene una tarifa básica de \$1000, más un recargo de \$50 por cada kilovatio consumido, teniendo en cuenta lo anterior un estudiante del colegio Las Brisas construye la siguiente tabla:

Cantidad kilovatios (C)	0	1	2	3	4	5
Precio kilovatio(P)	\$1000	\$1050	\$1100	\$1150	\$1200	\$1250

¿De las siguientes ecuaciones cual representa mejor los datos de la tabla?

☐ $P = 40C + 1500$

☐ $P = 50C + 1000$

☐ $P = 1500C + 40$

☐ $P = 1000C + 50$

¿Cuánto deben pagar en su casa si se consumieron 1000 kilovatios de energía?

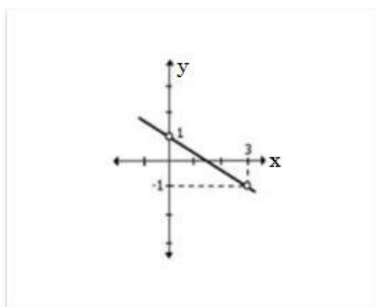
☐ \$23.000

☐ \$49.000

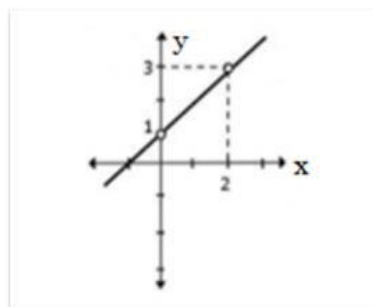
☐ \$41.000

☐ \$51.000

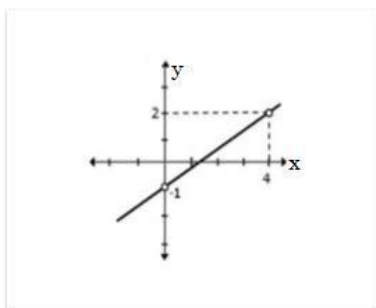
5. Escoge la gráfica que representa la ecuación $y = x + 1$



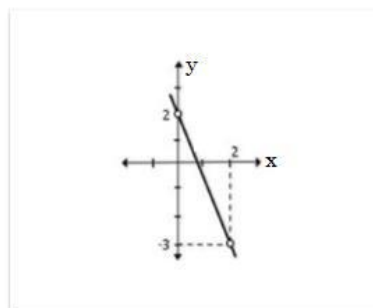
☐ Opción 1



☐ Opción 2



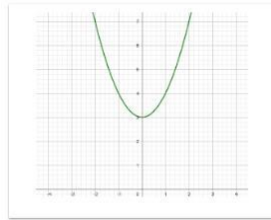
☐ Opción 3



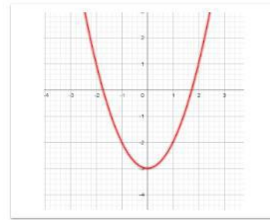
☐ Opción 4

6. Cuál de los siguientes gráficos crees que representa mejor la función

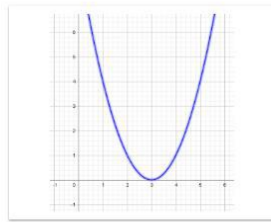
$$x^2 + 3$$



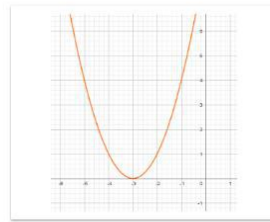
☐ Opción 1



☐ Opción 2

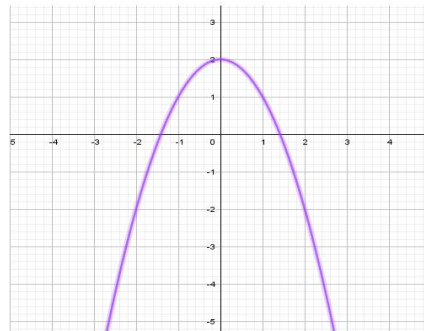


☐ Opción 3



☐ Opción 4

7. Dada la siguiente gráfica, escoge la ecuación que creas la representa.



$$x^2 + 2$$

☐ Opción 1

$$-2x^2$$

☐ Opción 2

$$-x^2 - 2$$

☐ Opción 3

$$-x^2 + 2$$

☐ Opción 4

8. Se desea poner pisos de cerámica en el restaurante del colegio, el cual tiene forma rectangular, para ello se hace necesario conocer el área del aula, si las longitudes del restaurante son $(3x + 1)$ metros de largo y de ancho x metros, entonces el área del salón es:

$x^2 + 4x$

☐ Opción 1

$3x^2 + 3$

☐ Opción 2

$3x^2 + x$

☐ Opción 3

$x^2 + 3x$

☐ Opción 4

9. Si se quisiese recopilar la información de la pregunta 8 en una tabla de datos, la que mejor recoge los datos sería:

x	y
-3	54
-2	24
-1	6
0	0
1	6
2	24
3	54

☐ Opción 1

x	y
-3	-18
-2	-12
-1	-6
0	0
1	6
2	12
3	18

☐ Opción 2

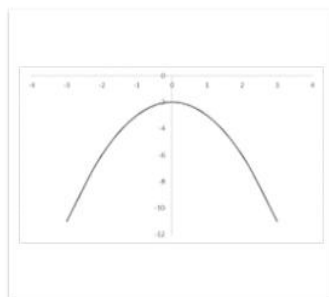
x	y
-3	-12
-2	-6
-1	0
0	6
1	12
2	18
3	24

☐ Opción 3

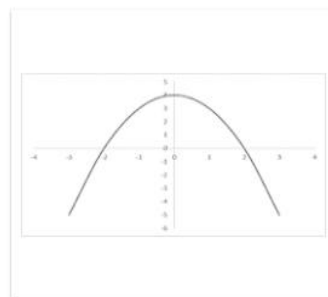
x	y
-3	24
-2	10
-1	2
0	0
1	4
2	14
3	30

☐ Opción 4

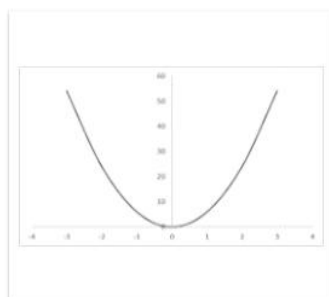
10. Teniendo en cuenta la definición de discriminante de una función cuadrática, cuál de las siguientes gráficas tiene discriminante $\Delta=0$



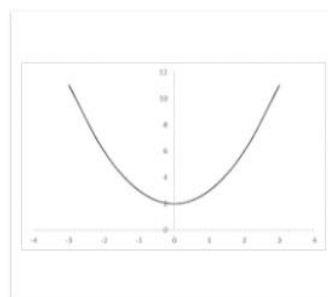
☐ Opción 1



☐ Opción 2



☐ Opción 3



☐ Opción 4

ANEXO D

Anexo: Test de apreciación

TEST DE APRECIACIÓN SECUENCIA DIDÁCTICA FUNCIÓN LINEAL Y CUADRÁTICA

Apreciado estudiante de la Institución Educativa Las Brisas.

En el siguiente test, encontraras una serie de preguntas que pretenden medir el nivel de experiencia y satisfacción sobre la secuencia didáctica relacionada con la función lineal y cuadrática. Te solicito que escojas la opción que más se acerque a tu agrado. Cuando hayas contestado en su totalidad el test procede a enviarlo para una posterior retroalimentación.

Agradezco por la sinceridad y dedicación que ofreces para contestarlo.

1. **NO** se me dificulta resolver problemas originados de situaciones cotidianas que conducen a modelos matemáticos

<input type="radio"/> Totalmente de acuerdo	<input type="radio"/> En desacuerdo
<input type="radio"/> De acuerdo	<input type="radio"/> Totalmente en desacuerdo
<input type="radio"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo	
2. Crees que es más fácil aprender con una herramienta digital que con una clase magistral

<input type="radio"/> Totalmente de acuerdo	<input type="radio"/> En desacuerdo
<input type="radio"/> De acuerdo	<input type="radio"/> Totalmente en desacuerdo
<input type="radio"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo	
3. Con el software GeoGebra se identifica más claramente la relación entre tablas, gráficas y ecuaciones algebraicas

<input type="radio"/> Totalmente de acuerdo	<input type="radio"/> En desacuerdo
<input type="radio"/> De acuerdo	<input type="radio"/> Totalmente en desacuerdo
<input type="radio"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo	

4. Crees que actividades de aprendizaje guiadas por computador **NO** deben ser implementadas en el área de matemáticas

☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo

☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

5. Las herramientas interactivas como los applets de GeoGebra son claras y visualmente atractivas

☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo

☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

6. Estoy totalmente satisfecho con la ayuda que me brindó la secuencia didáctica y el software GeoGebra

☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo

☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

7. Las actividades y ejercicios propuestos en la secuencia didáctica **NO** son interesantes

☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo

☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

8. Las actividades de GeoGebra propuestas por el docente son adecuadas para mejorar mi aprendizaje
- ☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo
- ☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
9. Me molesta desarrollar demasiados problemas en los que intervienen funciones lineales y cuadráticas
- ☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo
- ☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
10. ¿La secuencia didáctica le resultó fácil de utilizar?
- ☐ En gran medida ☐ Poco
- ☐ Moderadamente ☐ Nada
11. ¿Las orientaciones ofrecidas por el docente para resolver las actividades fueron de ayuda?
- ☐ En gran medida ☐ Poco
- ☐ Moderadamente ☐ Nada
12. Consideras que el software GeoGebra permite comprender conceptos de matemáticas más fácilmente.
- ☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo
- ☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
13. Las actividades desarrolladas en la secuencia didáctica NO ayudan en la comprensión de funciones lineales y cuadráticas
- ☐ Totalmente de acuerdo ☐ En desacuerdo
- ☐ De acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

Bibliografía

- Aragón, M. and Jiménez, Y. I. (2009). Diagnóstico de los estilos de aprendizaje en los estudiantes: Estrategia docente para elevar la calidad educativa.
- Blasco Mira, J. E., Pérez Turpin, J. A., et al. (2007). *Metodologías de investigación en educación física y deportes: ampliando horizontes*. Editorial Club Universitario.
- Gallego, D., Alonso, C., and Honey, P. (2009). Estilos de aprendizaje. In *IV Congreso Mundial de Estilos de Aprendizaje*, J. Cué, J. Rineón, e M. Velázquez Editors, pages 24–48.
- García, M. d. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula*. PhD thesis, Universidad de Almería.
- Hernández, A. and Madriz, R. A. (2012). Geogebra como herramienta para la enseñanza de la matemática: Resultados de un curso de capacitación.
- Higueras, L. R. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén.

- Huapaya Gómez, E. (2012). Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria.
- Larson, R. and Falvo, D. C. (2011). *Precálculo*. Cengage Learning Editores.
- Likert, R. (1976). Una técnica para la medición de actitudes. *CH Wainerman (comp.), Escalas de medición en ciencias sociales*. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1:99–260.
- Mesa, Y. and Villa-Ochoa, J. (2008). Reflexión histórica, epistemológica y didáctica del concepto de función cuadrática.
- Mussoi, E. M., Flores, M. L. P., Bulegon, A. M., and Tarouco, L. M. R. (2010). Geogebra and exe learning: applicability in the teaching of physics and mathematics. In *International Conference on Society and Information Technologies-ICSIT*. Orlando: Flórida, USA, volume 9, pages 61–66.
- Pulido, E. P. G., Cuta, O. E. P., and Geijo, P. M. (2016). Estilos de enseñanza y rendimiento académico. *Journal of Learning Styles*, 9(18).
- Sastre Vázquez, P., Rey, G., and Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 16:141–155.
- Ugarte, F. and Yucra, J. (2011). Matemáticas para arquitectos. Lima: PUCP.
- Vargas Núñez, M. E. et al. (2011). *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia.